

Tesis de Posgrado

Aberraciones en procesadores ópticos

Ratto, Jorge Oscar

1981

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias
Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Ratto, Jorge Oscar. (1981). Aberraciones en procesadores ópticos. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1691_Ratto.pdf

Cita tipo Chicago:

Ratto, Jorge Oscar. "Aberraciones en procesadores ópticos". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1981.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1691_Ratto.pdf

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Física

ABERRACIONES EN PROCESADORES OPTICOS

Por: Jorge Oscar Ratto

Tesis para optar al título de Doctor

Director de la Tesis: Prof.Dr. Juan M. Simon

1981

1691
Ej. 2

INDICE

<u>INDICE</u>		1
<u>CAPITULO I :</u>	<u>INTRODUCCION</u>	4
<u>CAPITULO II :</u>	<u>FUNCION TRANSFERENCIA OPTICA Y FILTRADO ESPACIAL</u>	12
II.1	FUNCION TRANSFERENCIA OPTICA	13
II.1.1	Grado de coherencia	13
II.1.2	Teoría de la formación de imágenes	18
II.1.3	Contraste y función transferencia	21
II.2	FILTRADO ESPACIAL COHERENTE	25
II.3	ILUMINACION INCOHERENTE Y COHERENTE	31
<u>CAPITULO III :</u>	<u>ERRORES DE FASE EN EL PLANO TRANSFORMADO</u>	37
III.1	PLANTEO DEL PROBLEMA Y METODO DE ANALISIS PROPUESTO	38
III.2	DESARROLLO TEORICO	42
III.2.1	Síntesis del filtro	42
III.2.2	Convolución y correlación óptica en el plano imagen final	45

III.2.3	Efectos de las aberraciones	47
III.3	ESTUDIO DE LA COMPENSACION DE ERRORES DE FASE	51
III.3.1	Aberración esférica	51
III.3.2	Coma	55
III.3.3	Curvatura de campo	56
III.3.4	Astigmatismo	57
III.3.5	Desenfoque	58
III.4	INCLINACION DEL HAZ DE REFERENCIA	61
<u>CAPITULO IV :</u>	<u>ERRORES DE FOCALIZACION EN EL PLANO</u>	65
	<u>TRANSFORMADO</u>	
IV.1	PLANTEO DEL PROBLEMA Y METODO DE ANALISIS PROPUESTO	66
IV.2	DESARROLLO TEORICO	69
IV.3	EJEMPLOS	77
IV.3.1	Función de ensanchamiento gaussiana	77
IV.3.1 (a)	Aberración esférica	78
IV.3.1 (b)	Coma	82
IV.3.1 (c)	Desenfoque y efectos de desplazamiento laterales del filtro	84
IV.3.1 (d)	Astigmatismo	87

IV.3.1 (e)	Distorsión	87
IV.3.1 (f)	Distribución de la intensidad en la imagen final	89
IV.3.2	Función de ensanchamiento del tipo rectángulo	95
<u>CAPITULO V :</u>	<u>RELACION ENTRE ERRORES DE ENFOQUE Y DE FASE</u>	102
	<u>EN EL PLANO TRANSFORMADO</u>	
<u>CAPITULO VI :</u>	<u>DISCUSION Y CONCLUSIONES</u>	111
BIBLIOGRAFIA		117

CAPITULO I

INTRODUCCION

El procesado óptico de información ocupa un lugar muy importante dentro del desarrollo de la óptica en los últimos tiempos. Se han concretado interesantes logros al respecto, y hoy en día se continúa avanzando en el tema.

Si bien la implementación de estas técnicas es relativamente moderna, el origen de los conceptos que involucra se remonta al siglo pasado. En 1866, Carl Zeiss contaba con una fábrica de microscopios ubicada en Jena. Con el propósito de disponer de un mejor método para sus diseños, contrata al profesor Ernst Abbe. Este observó por primera vez que, para obtener la mejor imagen, el objetivo debería tener una abertura tal que permitiera pasar toda la luz difractada por el objeto a través de él. Comprendió así que, al tener las lentes diámetro finito, la luz dispersada en ángulos grandes no iría a contribuir a la figura de difracción. Interpretando entonces el fenómeno de formación de las imágenes como un proceso de doble difracción, encuentra la condición mínima necesaria para que en la imagen, se pueda reproducir la periodicidad del objeto (hoy se lo denomina: principio de Abbe). En 1893, publica una serie de experimentos para verificar su teoría⁽¹⁾. Este es pues el primer trabajo en donde, intencionalmente, se modifica el espectro de frecuencias espaciales de un haz luminoso.

A principios de la década que se inicia en 1940, se hace común el empleo de objetos cuya transmisión sea del tipo sinusoidal, para la evaluación de sistemas ópticos. Paralelamente, P.M. Duffieux presenta su libro⁽²⁾ en donde aplica las series e integrales de Fourier a diversos temas de la óptica.

En 1948, el ingeniero electrónico Otto H. Schade aplica la teoría de

los sistemas lineales (y por ende, el concepto de función transferencia de modulación) al estudio de las lentes que componen una cámara de televisión⁽³⁾.

En la década de 1950, A. Maréchal inicia las técnicas del filtrado espacial coherente, mediante el empleo de filtros absorbentes y depósitos desfasadores⁽⁴⁻⁵⁾. Cabe destacar que, ya Maréchal interpreta los defectos que presentan las fotografías, en términos de los correspondientes defectos de la función transferencia del sistema óptico empleado para obtenerla.

Están dadas pues las condiciones para que, en el año 1952, se establezca el lazo con la teoría de la comunicación y de los sistemas lineales. Esto acontece con los trabajos: "Fourier treatment of optical processes" publicado por P.Elias, D.Grey y D.Robinson⁽⁶⁾, "Spatial Filtering in Optics" de E.L. O'Neill⁽⁷⁾, y el cálculo de la función transferencia aplicada específicamente a sistemas ópticos, a través del trabajo de H.H. Hopkins⁽⁸⁾.

A partir de estas investigaciones, se extendió notablemente las aplicaciones de la óptica de Fourier⁽⁹⁻²⁶⁾. Por ejemplo, se aplicó el filtrado espacial para eliminar la granulosidad de fotografías muy ampliadas (fotografías aéreas), mejoramiento de fotos con problemas de desenfoque, eliminación de trazas extrañas en fotos de cámaras de burbujas, mejoramiento de la calidad de las fotografías reproducidas por la técnica de mallas de medio tono, reconocimiento de caracteres aplicado a la proyección geológica, a la biología, a la metalurgia, etc.

Uno de los aspectos de la óptica de Fourier que más atención recibió (y recibe) es el de la implementación de la llamada computadora óptica⁽²⁷⁾. Esta se fundamenta en las diversas y muy interesantes propiedades de las transformadas de Fourier. Por ejemplo, si $a(x,y)$ es la amplitud de un dado objeto,

y: $\mathcal{F}\{a\} = A$ su transformada (donde: ν_x y ν_y son las correspondientes frecuencias espaciales), se verifica que:

$$\mathcal{F}\left\{\frac{\partial}{\partial x} a(x,y)\right\} = 2\pi i \cdot \nu_x \cdot A(\nu_x, \nu_y)$$

Luego, si sobre el plano transformado se coloca una transparencia cuyo factor de transmisión en amplitud sea: $2\pi i \cdot \nu_x$ (estando ubicado en el plano de entrada el objeto $a(x,y)$), en el plano imagen se tendrá (en principio) la derivada del objeto según la dirección x .

Se puede preparar así adecuadas transparencias que permiten obtener derivadas según las dos dimensiones (x,y) , derivadas de órdenes superiores, integrales simples o dobles, etc.

Todas estas aplicaciones hacen que, las analogías entre ciertos procesos electrónicos con algunos fenómenos ópticos, sean establecidas inadecuadamente. Por ejemplo, como hace notar W. Cathey⁽²⁸⁾, los filtros eléctricos y los ópticos no son totalmente equiparables entre sí. Un caso típico lo constituyen los filtros electrónicos cuyas transmisiones en amplitud y fase no son independientes entre sí (se relacionan mediante la transformada de Hilbert). En cambio, la transmisión en amplitud y fase de un filtro espacial, pueden especificarse en forma totalmente independiente. Esto hace que, si se tiene como función de entrada un pulso cuadrado y se utiliza un filtro pasa-bajo, como salida se obtendrá un pulso simétrico en el caso espacial (óptica), mientras que será asimétrico en la situación temporal (electrónica).

Lo anterior no hace sino subrayar una cuestión de fondo. La influencia de la teoría de la comunicación y de la electrónica aportaron a la óptica numerosas herramientas matemáticas. Pero en el caso de la óptica, no se reduce

a un muy útil tratamiento algebraico sino que, el pensar en términos de espacios transformados proporciona una profunda comprensión de los fenómenos físicos involucrados. Como un ejemplo de lo clarificante que puede ser pensar en términos de frecuencias espaciales, considérese esta nueva demostración de la condición de los senos de Abbe (debida a J.Simon, J.Ratto y S.Comastri⁽²⁹⁾).

Abbe considera que, para poder obtener imágenes isoplanáticas entre dos planos \mathcal{P}_1 y \mathcal{P}_2 dados, deben ser proporcionales los senos de los ángulos α y α' (ver especificación en la figura 1-1). Se piensa al objeto ubicado en \mathcal{P}_1 , desarrollado en una integral de Fourier con ondas elementales del tipo: $e^{i\mu x}$ (para el caso unidimensional por simplicidad) donde: $\mu = 2\pi \nu$ es la frecuencia espacial angular.

Para la correcta formación de la imagen en \mathcal{P}_2 , se necesitará que todas las frecuencias espaciales se reproduzcan sobre la imagen con el mismo factor de aumento: m . Es decir, será necesario que:

$$\mu' = m \cdot \mu$$

donde: μ' es la correspondiente frecuencia espacial angular en la imagen. Ahora, a cada componente de Fourier le corresponde un frente de onda plano que verifica:

$$\mu = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \sin \alpha \quad , \quad \mu' = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \sin \alpha'$$

(donde λ : es la longitud de onda). Luego, con esto reemplazando en la anterior ecuación resulta inmediatamente que:

$$\sin \alpha' = m \cdot \sin \alpha$$

que es la condición de los senos de Abbe.

Esta demostración es por demás sencilla, comparada con las que se encuentran al respecto, en los textos de óptica geométrica.

En definitiva, lo hasta aquí expuesto puntualiza la importancia práctica de la técnica de procesado coherente, y la importancia teórica de su interpretación a través de la óptica de Fourier. En este marco, se ha decidido entonces desarrollar la presente tesis, para estudiar los efectos de las aberraciones en los procesadores ópticos coherentes.

En el capítulo II se desarrolla en forma rigurosa los conceptos que llevan al establecimiento de la función transferencia (F.T.). Se resume el modo de operar de las técnicas de filtrado espacial, en términos de un mejoramiento de la F.T. incoherente. Se discute la importancia del tipo de iluminación empleado.

En el capítulo III se estudia las compensaciones de los errores de fase sobre el plano transformado de Fourier, mediante la adecuada introducción de aberraciones en la lente antitransformadora (lo cual constituye un punto de vista nuevo en el estudio de procesadores). Se analizan las contribuciones de cada tipo de aberración en dichos errores, para los casos de deconvolución y de correlación, obteniéndose límites de tolerancia.

En el capítulo IV se consideran los errores de focalización sobre el plano transformado, y sus efectos en la imagen final para el caso de filtrado inverso. Se considera que no sólo la lente transformadora, sino también el sistema colimador y la antitransformadora poseen aberraciones. El estudio se basa en un nuevo punto de vista al considerar al proceso en forma completa, esto es, desde el registro de la foto a procesar hasta la imagen final. Para

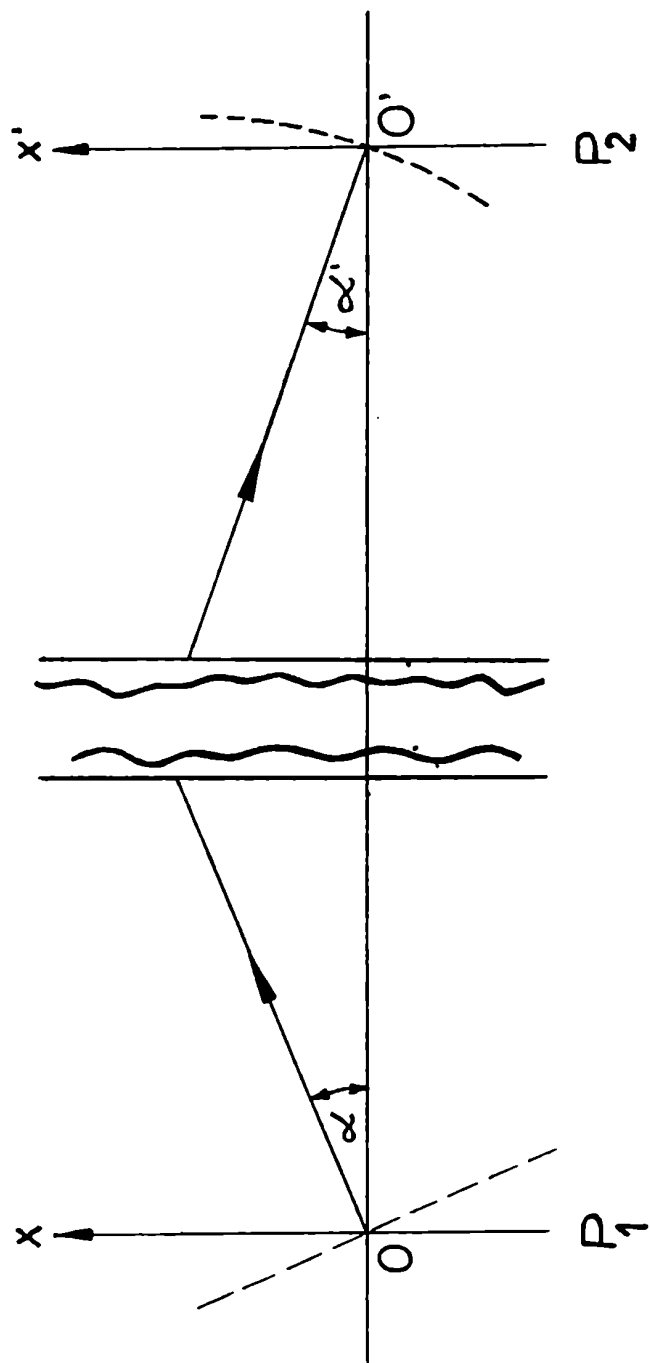


FIG.1-1: Sistema de coordenadas para el estudio de la Condición de los Senos de Abbe.

ello se encuentra una F.T. que caracteriza el proceso en forma global, evaluándose para casos típicos.

En el capítulo V se analiza la interrelación entre los errores de fase y los de focalización sobre el plano transformado, presentándose por último en el capítulo VI la discusión y las conclusiones finales de la presente tesis.

CAPITULO II

FUNCION TRANSFERENCIA OPTICA

Y FILTRADO ESPACIAL

11.1 FUNCION TRANSFERENCIA OPTICA

En el capítulo I se describió la evolución de las ideas que llevaron a interpretar diversos fenómenos ópticos, en términos de frecuencias espaciales. Como consecuencia de esto, se subrayó el importante papel que desempeña la función transferencia de modulación (F.T.M.) en la descripción de los sistemas ópticos en general, y en particular, en los procesadores coherentes por filtrado espacial.

Considerando pues que, en esta tesis se utilizará el concepto de F.T.M. y más aún, que se definirá y calculará en el capítulo IV una F.T. óptica particular (que ha de denominarse F.T. total, la cual describe al procesado coherente en forma distinta a la convencional), se desarrollará aquí la teoría de formación de las imágenes en términos de funciones de transferencia. Para hacer este desarrollo en forma rigurosa, se empleará la teoría de la coherencia.

11.1.1 Grado de coherencia

Cuando se estudian fenómenos de interferencia de luz, se lo hace por lo general considerando perturbaciones completamente coherentes o incoherentes entre sí. El que esto ocurra se debe principalmente a que, los casos límites de ondas totalmente coherentes o totalmente incoherentes representan situaciones físicas sencillas de describir matemáticamente. El caso intermedio entre estas dos situaciones extremas, es la zona de lo que se ha dado en llamar: coherencia parcial. Se verá ahora como se la describe, y a que consecuencias conduce.

Sea una fuente extensa Σ que ilumina a dos puntos \mathcal{P}_1 y \mathcal{P}_2 ubicados estos en un plano π (Figura 11.1). Desde ambos puntos, partirán perturbaciones que se dirijen a un punto genérico \mathcal{P} , en el cual se desea calcular la intensidad luminosa: $I_{\mathcal{P}}$. Con ψ_j se designará la amplitud compleja producida por un elemento de superficie dS de la fuente Σ , en el punto \mathcal{P}_j ($j=1,2$).

Entre el plano π y el punto de observación \mathcal{P} puede encontrarse un sistema óptico intermedio, puede existir absorción por parte del medio, pueden diferir en forma y tamaño las aberturas \mathcal{P}_j , etc. Todo esto, además de la disposición geométrica del dispositivo, permite originar cierta diferencia de camino óptico. Entonces, dichos efectos se representarán mediante el símbolo: K_j ($j=1,2$), conocido como "propagador".

Luego, la intensidad en \mathcal{P} proporcionada por las aberturas \mathcal{P}_1 y \mathcal{P}_2 (debido a la contribución de elemento dS de la fuente Σ) será:

$$dI_{\mathcal{P}} = (K_1 \psi_1 + K_2 \psi_2) \cdot (K_1 \psi_1 + K_2 \psi_2)^* \quad (11-1)$$

donde "*" significa "complejo conjugado de".

Si se considera ahora la contribución de toda la fuente Σ , la iluminación sobre el orificio j -ésimo será

$$I^{(j)} = \iint_{\Sigma} \psi_j \cdot \psi_j^* \cdot dS \quad , \quad (j=1,2) \quad (11-2)$$

A su vez, la contribución de la abertura j -ésima en el punto de interés \mathcal{P} estará dado por:

$$I_{\mathcal{P}}^{(j)} = |K_j|^2 \cdot I^{(j)} \quad (11-3)$$

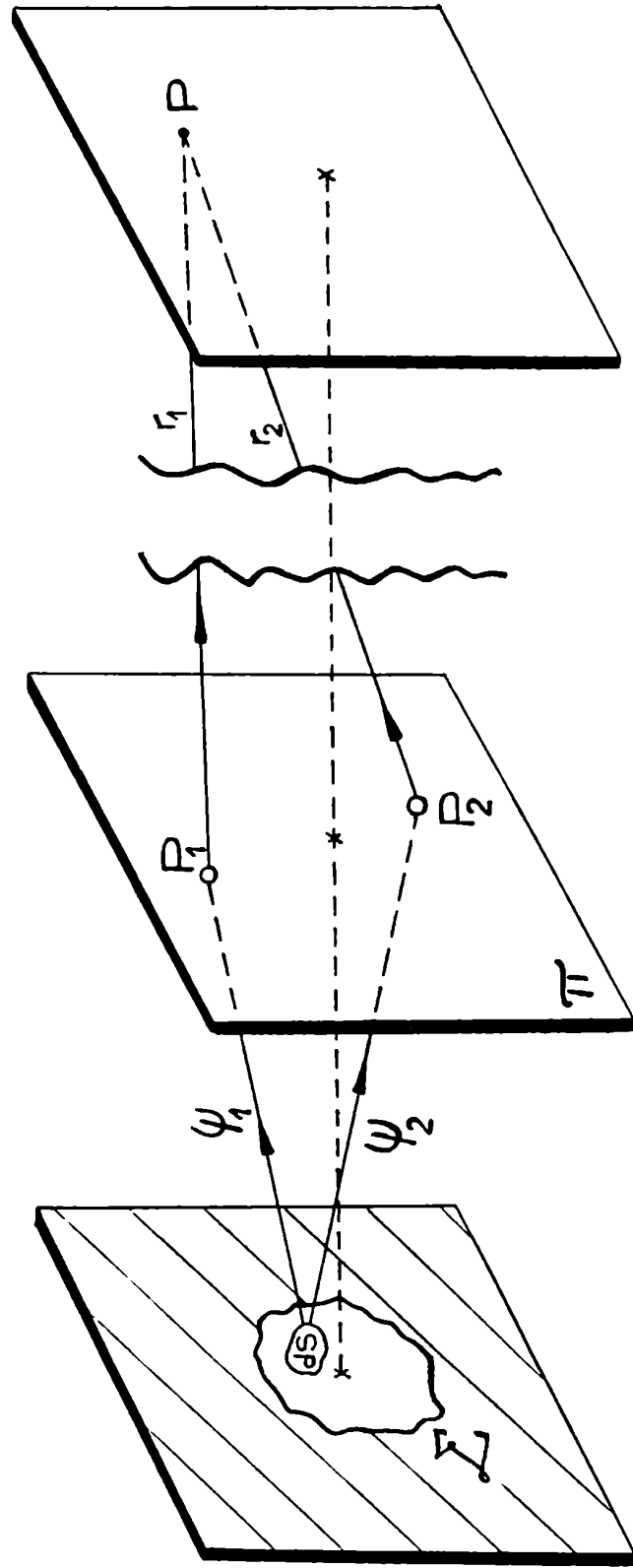


FIG.11-1: Esquema básico para el estudio del grado de coherencia.

Integrando la ecuación (11-1) sobre la superficie Σ , y considerando (11-2) y (11-3), se obtiene:

$$I_P = I_P^{(1)} + I_P^{(2)} + 2 \cdot \text{TR} \left\{ \iint_{\Sigma} K_1 K_2^* \psi_1 \psi_2^* \cdot dS \right\} \quad (11-4)$$

donde: $\text{TR} \{ \}$ representa la parte real de una magnitud compleja.

Como los propagadores en general son complejos, se puede escribir que:

$$K_j = |K_j| \cdot e^{ikr_j} \quad (j=1,2) \quad (11-5)$$

con $k=2\pi/\lambda$, y donde r_j es la distancia desde la abertura j -ésima hasta el punto P . Si se emplea la notación: $\Delta r \equiv r_2 - r_1$, y se define

$$\Gamma_{12} = \iint_{\Sigma} \psi_1 \cdot \psi_2^* \cdot dS \quad (11-6)$$

refiriéndose a esta función como: "función de coherencia mutua" de las perturbaciones luminosas en \mathcal{V}_1 y \mathcal{V}_2 , se podrá escribir ahora a (11-4) como sigue:

$$I_P = I_P^{(1)} + I_P^{(2)} + 2 |K_1| \cdot |K_2| \cdot \text{TR} \left\{ e^{ik\Delta r} \cdot \Gamma_{12} \right\} \quad (11-7)$$

Con el propósito de que la función Γ_{12} quede normalizada (con lo cual resultará más sencillo su uso e interpretación) se define:

$$\gamma_{12} = \frac{\Gamma_{12}}{\sqrt{I^{(1)} \cdot I^{(2)}}} = \frac{\iint_{\Sigma} \psi_1 \cdot \psi_2^* \cdot dS}{\sqrt{I^{(1)} \cdot I^{(2)}}} \quad (11-8)$$

llamándose precisamente a esta función: "grado de coherencia" entre los campos en \mathcal{P}_1 y \mathcal{P}_2 . Dado que en general es compleja, puede escribirse como:

$$\gamma_{12} = |\gamma_{12}| e^{i\beta_{12}}$$

Así, se obtiene finalmente de (11-7), que:

$$I_P = I_P^{(1)} + I_P^{(2)} + 2\sqrt{I_P^{(1)} \cdot I_P^{(2)}} |\gamma_{12}| \cos(k\Delta r + \beta_{12}) \quad (11-9)$$

Se denomina a esta última expresión: "ley general de la interferencia".

Se puede demostrar⁽³⁰⁾, que el grado de coherencia quedó normalizado a la unidad, esto es, que se verifica que: $0 \leq |\gamma_{12}| \leq 1$. Se analizará los valores extremos, para ver sus implicancias. Si: $|\gamma_{12}| = 0$, en (11-9) queda que:

$$I_P = I_P^{(1)} + I_P^{(2)}$$

que es el habitual resultado que se obtiene cuando ambas perturbaciones son incoherentes entre sí. Si: $|\gamma_{12}| = 1$, (11-9) se reduce a la expresión manejada cuando interfieren dos perturbaciones coherentes. Se concluye entonces que: $|\gamma_{12}| = 0$ representa la situación de ondas intervinientes totalmente incoherentes entre sí, $|\gamma_{12}| = 1$ totalmente coherentes y la región intermedia corresponde a coherencia parcial entre las perturbaciones.

Ya aquí es posible entender físicamente la relación profunda que existe entre el grado de coherencia y el concepto de F.T.M. Suele describirse la visibilidad de las franjas producidas mediante un sistema interferométrico, por medio de una función escalar denominada "contraste", y cuya expresión es:

$$V = \frac{I_m - I_n}{I_m + I_n} \quad (11-10)$$

donde: I_m y I_n son las intensidades máximas y mínimas adyacentes, en un dado punto de la correspondiente figura de interferencia. Considérese el caso en que P_1 y P_2 están ubicados en forma simétrica respecto al eje de simetría del sistema y que (por simplicidad también) es $I'' = I'$. Si el medio no absorbe luz (y por ende: $|R_1| = |R_2|$), con (11-9) en (11-10), resulta ser

$$V = |\gamma_{12}|$$

Se ve pues que, el grado de coherencia está directamente relacionado con el contraste de las franjas de interferencia. Pero, como también el contraste está vinculado a la F.T.M. (como se verá en la sección 11.1.3), se concluye que el grado de coherencia tiene una relación profunda con la F.T.M., hecho que se manifestará matemáticamente en el siguiente inciso.

11.1.2 Teoría de la formación de imágenes

Se estudiará ahora la formación de imágenes por difracción en un objeto extenso. Las consideraciones de este inciso se basan en el trabajo original de H.H.Hopkins⁽⁸⁾, en el de C.Reinheimer y C.Wiswall⁽³¹⁾ y en E.Wolf⁽³²⁾.

Sea $\Psi(x, y)$ la amplitud compleja producida en el punto (x, y) del plano objeto, por un elemento "dS" de la fuente luminosa. Sea además: $a(x, y)$ la transmisión en amplitud del objeto. Por ende, a través de él, se transmitirá

$$a(x, y) \cdot \Psi(x, y)$$

Con: $\mathfrak{z}(x, y, x', y')$ se representará la función de ensanchamiento del sistema. Es decir, es la perturbación en el punto (x', y') del plano imagen, originada por una fuente unitaria ubicada en el punto (x, y) del plano objeto. Si el sistema es isoplanático, será: $\mathfrak{z}(x, y, x', y') = \mathfrak{z}(x' - x, y' - y)$. Esto significa físicamente que, si se considera un objeto puntual y se lo desplaza sobre todo el plano que lo contiene, lo único que cambia en el sistema es la localización de la correspondiente imagen. En la práctica puede verificarse si se consideran regiones relativamente pequeñas en el plano imagen, de forma que valga lo anterior.

Entonces, una perturbación originada en un punto genérico (x_1, y_1) del plano objeto (el cual está iluminado por un dS de la fuente) producirá una amplitud luminosa en el punto (x', y') expresable como:

$$a(x_1, y_1) \cdot \Psi(x_1, y_1) \cdot \mathfrak{z}(x' - x_1, y' - y_1) \cdot dx_1 \cdot dy_1$$

Todos los puntos del plano objeto (siempre iluminados por dS) contribuirán en (x', y') de la forma:

$$\iint_{\Omega} a(x_1, y_1) \cdot \Psi(x_1, y_1) \cdot \mathfrak{z}(x' - x_1, y' - y_1) \cdot dx_1 \cdot dy_1 \quad (11-11)$$

Para otro punto P_2 ubicado en (x_2, y_2) se tendrá una expresión análoga a (11-11). De esta manera, la intensidad (para un "dS" de la fuente luminosa) en el punto (x', y') es:

$$\begin{aligned} dI(x', y') = & \left\{ \iint_1 a(x_1, y_1) \cdot \psi(x_1, y_1) \cdot e(x' - x_1, y' - y_1) \cdot dx_1 dy_1 \right\} \cdot \\ & \left\{ \iint_2 a^*(x_2, y_2) \cdot \psi^*(x_2, y_2) \cdot e^*(x' - x_2, y' - y_2) \cdot dx_2 dy_2 \right\} \cdot dS \end{aligned}$$

Así pues, la intensidad total $I(x', y')$ en el punto imagen (x', y') por la contribución de toda la fuente extensa primaria Σ que ilumina el plano objeto, resulta:

$$\begin{aligned} I(x', y') = & \iiint_1 \iiint_2 \gamma_{12}(x_1 - x_2, y_1 - y_2) \cdot a(x_1, y_1) \cdot e(x' - x_1, y' - y_1) \cdot \\ & \cdot a^*(x_2, y_2) \cdot e^*(x' - x_2, y' - y_2) \cdot dx_1 dy_1 \cdot dx_2 dy_2 \end{aligned} \quad (11-12)$$

Si el objeto es iluminado coherentemente, debe ser (según vimos): $\gamma_{12} = 1$.

Luego, (11-12) conduce a:

$$\begin{aligned} I(x', y') = & \left| \iint a(x, y) \cdot e(x' - x, y' - y) \cdot dx dy \right|^2 = \\ & = \left| a(x, y) \otimes e(x, y) \right|^2 \end{aligned} \quad (11-13)$$

donde el símbolo \otimes representa la convolución de dos funciones. Así, la función transferencia de modulación de un sistema óptico iluminado coherentemente, es la transformada de Fourier de la función de ensanchamiento.

Si se ilumina en forma incoherente γ_{12} será nula, excepto cuando $x_1 = x_2, y_1 = y_2$. Luego en (11-12):

$$\begin{aligned} I(x', y') &= \iint a(x, y) \cdot a^*(x', y') \cdot a^*(x, y) \cdot a(x', y') dx dy = \\ &= \left| a(x, y) \right|^2 \otimes \left| a(x, y) \right|^2 \end{aligned} \quad (11-14)$$

Esta última relación indica que, la F.T.M. incoherente será la transformada de Fourier del módulo al cuadrado de la función ensanchamiento. Para casos de iluminación parcialmente coherente, debe usarse (11-12), con la correspondiente función grado de coherencia γ_{12} .

11.1.3 Contraste y función transferencia

Para visualizar lo desarrollado, y mostrar algunas propiedades interesantes de las F.T.M., se considerará el siguiente ejemplo. Sea un objeto cuya distribución en intensidad esté dada (para el caso unidimensional, por simplicidad) por:

$$I(x) = a(x) \cdot a^*(x) = P_0 + P_1 \cdot \cos(2\pi \nu x) \quad (11-15)$$

donde: P_0 y P_1 son constantes, y " ν " es la frecuencia espacial del objeto.

De acuerdo a (11-14), la intensidad en la imagen será

$$\begin{aligned} I(x') &= |a(x)|^2 \otimes |e(x)|^2 = \\ &= P_0 \cdot T_A(0) + P_1 \cdot \cos(2\pi \nu x') \cdot \mathcal{F}_c[|e(x)|^2] + \\ &\quad + P_1 \cdot \sin(2\pi \nu x') \cdot \mathcal{F}_s[|e(x)|^2] \end{aligned} \quad (11-16)$$

en donde: $T_A(\nu)$ es la F.T.M. incoherente y \mathcal{F}_c y \mathcal{F}_s son las transformadas de Fourier coseno y seno⁽³³⁾, respectivamente.

Se puede escribir que:

$$T_A = \mathcal{F}_c[|e(x)|^2] + j \mathcal{F}_s[|e(x)|^2] = |T_A| e^{j\varphi} \quad (11-17)$$

con

$$\begin{cases} T_A = \mathcal{F}_c[|e(x)|^2] + j \mathcal{F}_s[|e(x)|^2] \\ \varphi = \arctg \left\{ \frac{\mathcal{F}_s[|e(x)|^2]}{\mathcal{F}_c[|e(x)|^2]} \right\} \end{cases}$$

Suele llamarse a la función " φ " como función transferencia de fase (F.T.F.).

Luego con (11-17) en (11-16) resulta ser:

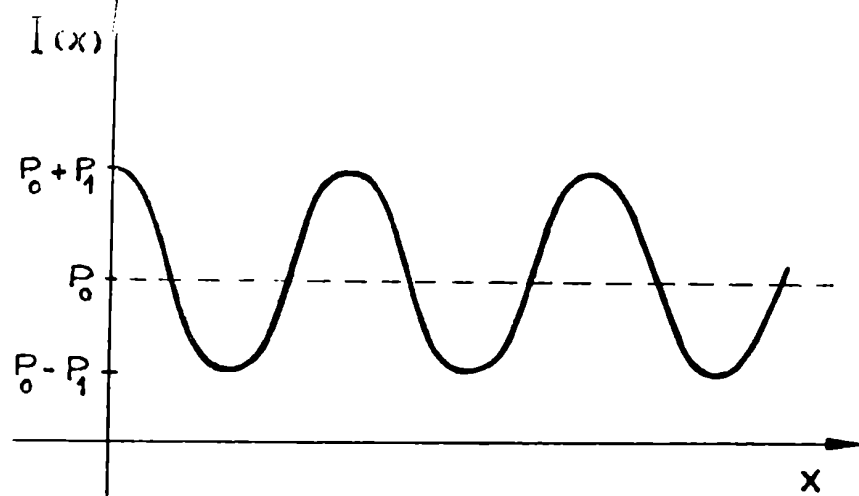
$$I(x') = T_A(0) \left[P_0 + P_1 \frac{|T_A(\nu)|}{T_A(0)} \cos(2\pi \nu x' - \varphi) \right] \quad (11-18)$$

La primer conclusión que se obtiene es que, si la función de ensanchamiento resulta ser par, la 1_x será real, con lo cual la F.T.F. resultará nula. Físicamente significa que no habrá modulación sobre la fase.

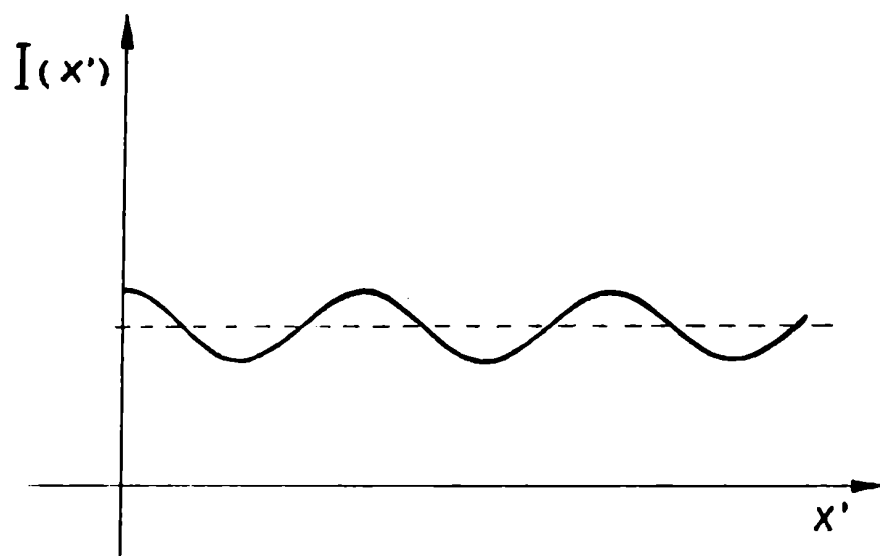
La segunda observación se origina del cálculo del contraste, según se lo definió en (II-10). El contraste en el objeto (utilizando (II-15)) vale entonces: P_d/P_o . En la imagen, resulta el contraste: $\frac{P_d}{P_o} \left| \frac{T_e(v)}{T_e(0)} \right|$. De esta manera el contraste relativo estará expresado por:

$$\sqrt{\frac{P_d}{P_o}} = \frac{\sqrt{P_d}}{\sqrt{P_o}} = \frac{T_e(v)}{T_e(0)}$$

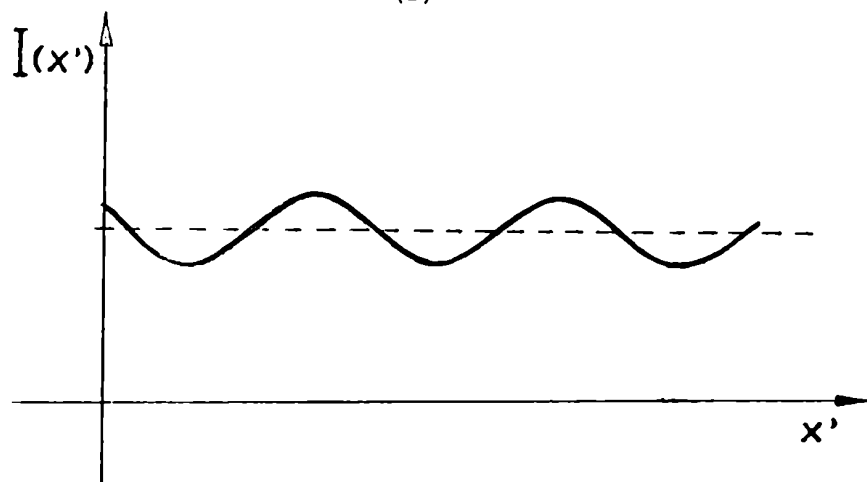
Esta relación expresa que, la F.T.M. se puede físicamente interpretar como una medida de la pérdida del contraste en la imagen respecto al del objeto, para cada una de las frecuencias espaciales. Completa además este ejemplo, lo mencionado en el inciso III.1.1 acerca de la relación profunda entre el grado de coherencia y la F.T.M. En la figura II-2 se muestran los gráficos correspondientes al caso presentado. En la parte (b) de la misma se muestra la pérdida de contraste, y en (c) se le agrega una modulación sobre la fase (que sería el caso en que la F.T.F. fuese no nula).



(a)



(b)



(c)

FIG.11-2: (a) Intensidad del objeto.
 (b) Intensidad de la imagen, sin modulación en la fase.
 (c) Intensidad en la imagen, con fase modulada.

11.2 FILTRADO ESPACIAL COHERENTE

Los dos métodos fundamentales en el dominio del filtrado espacial lo constituyen: la deconvolución óptica o filtrado inverso, y el estudio de la autocorrelación o reconocimiento de caracteres. En la figura 11-3 se muestra una disposición típica para llevar a cabo estas técnicas. En el plano de entrada \mathcal{P}_1 se coloca la fotografía a procesar. La lente L_1 hace que los haces de luz difractados por el objeto converjan sobre el plano \mathcal{P}_2 . Allí se forma un diagrama de difracción, el cual resulta ser la transformada de Fourier bidimensional espacial del objeto⁽³²⁻³⁴⁾. La lente L_2 reconstruye la imagen sobre el plano final \mathcal{P}' . La idea con que funcionan estos métodos se basa en aprovechar el hecho de que, sobre el plano intermedio se localiza el espectro de frecuencias del objeto. Esto permite insertar filtros o máscaras con el fin de modificar adecuadamente el contenido espectral del mismo.

En el caso del reconocimiento de caracteres, el filtro está caracterizado por una función f definida como:

$$f = \mathcal{F}^*[\psi]$$

donde: $\mathcal{F}[\psi]$ representa la transformada de Fourier de la función ψ . Si la señal ψ se encuentra en el objeto, en el plano \mathcal{P}' se producirá la señal de autocorrelación (un punto luminoso). En caso de no hallarse, se tendrán diversas señales de correlación cruzada entre ψ y los diversos caracteres del objeto analizado. Estas señales son, por lo general, menos intensas que la autocorrelación⁽³⁴⁾. Así pues, se analiza la presencia o no de cierto carácter

en una dada foto. En el capítulo III se volverá sobre el particular, considerando allí la presencia de aberraciones en las lentes que se emplean para estos filtros.

En el filtrado por deconvolución, se considera que la fotografía a procesar está caracterizada por una función de ensanchamiento \mathcal{Q} (ver fórmula 11-14). Luego, la distribución de intensidad que recibió el negativo fue:

$$I = I_0 \otimes |\mathcal{Q}|^2$$

Se pasa de este negativo a su correspondiente positivo, revelando de forma que la constante Γ de la curva Hunter-Driffield⁽³²⁾ valga 2. Se está en posesión así de una transparencia, cuya transmisión en amplitud resulta ser proporcional a: I . Se ubica entonces este positivo en el plano objeto \mathcal{P}_1 , iluminando con luz coherente.

Si en \mathcal{P}_2 se coloca el filtro, la transmisión a través de dicho plano será:

$$\mathcal{H}[I] \cdot T \cdot f$$

donde T es la F.T. incoherente. Entonces, el filtro deberá definirse como:

$$f = \frac{f_0}{I_0} \quad (11-19)$$

siendo f_0 una constante de normalización.

Sobre el plano final \mathcal{P}' se imprime un negativo, el cual registra la imagen corregida del objeto. El último paso consiste en pasar de este negativo a un positivo, con una constante $\Gamma = 1/2$. La transmisión en intensidad de este positivo resulta ser (en el caso ideal) proporcional a: I_0 , con lo cual se habrá completado el proceso.

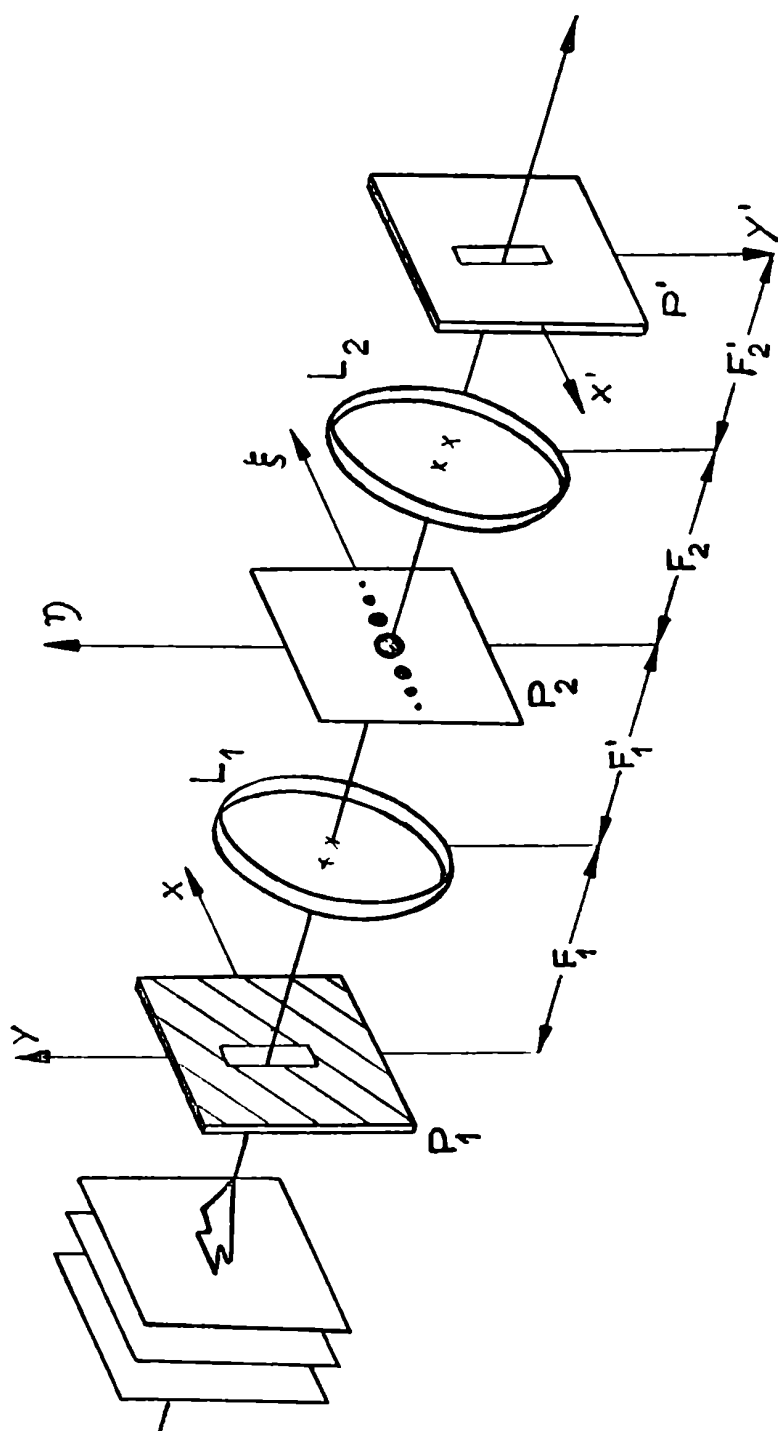


FIG.11.3: Procesador óptico coherente.

La manera tradicional de construir estos filtros consiste en controlar la densidad de un cierto soporte (como sea vidrio, película fotográfica, etc.). J.Tsujuchi⁽³⁵⁾, entre otros muchos, analizó detalladamente la construcción de los mismos, empleándolos para corregir aberraciones en sistemas ópticos.

Suele ocurrir que para ciertas frecuencias, la función T_{λ} resulte ser negativa lo cual, no puede implementarse con filtros de absorción. Para estos casos se controla también la fase, insertando en el filtro una apropiada variación de fase (180°). Estas capas se suelen realizar por técnicas de evaporación al vacío. Si las zonas que requieren este tipo de tratamiento son muy pequeñas, se tendrá entonces ciertas exigencias en el posicionado del filtro en el plano transformado. De todos modos, y de acuerdo a la experiencia acumulada al respecto, basta con emplear un microposicionador mecánico.

Para visualizar como actúa el filtrado inverso, considérese la figura 11.4. En la parte (a) de la misma se dibuja una hipotética F.T. a filtrar. Se desearía que la transmisión del espectro sea igual para todas las frecuencias. Entonces, la transmisión del filtro debe ser tal que, "levante" las zonas "deprimidas" de la F.T., y corrija muy poco aquellas regiones cercanas a la unidad (valor ideal al que se quiere llegar). Así por ejemplo, la función filtro va creciendo desde 0 hasta ν_1 (ν : frecuencia espacial) de manera que, multiplicada por la F.T. dé la unidad (figura 11.4 (b)).

En la zona: $\nu_1 < \nu < \nu_2$, la F.T. tiene valores negativos, con lo cual se hace necesario un recubrimiento que proporcione una diferencia de camino óptico múltiplo de $\lambda/2$ (λ : longitud de onda). Esto se muestra en

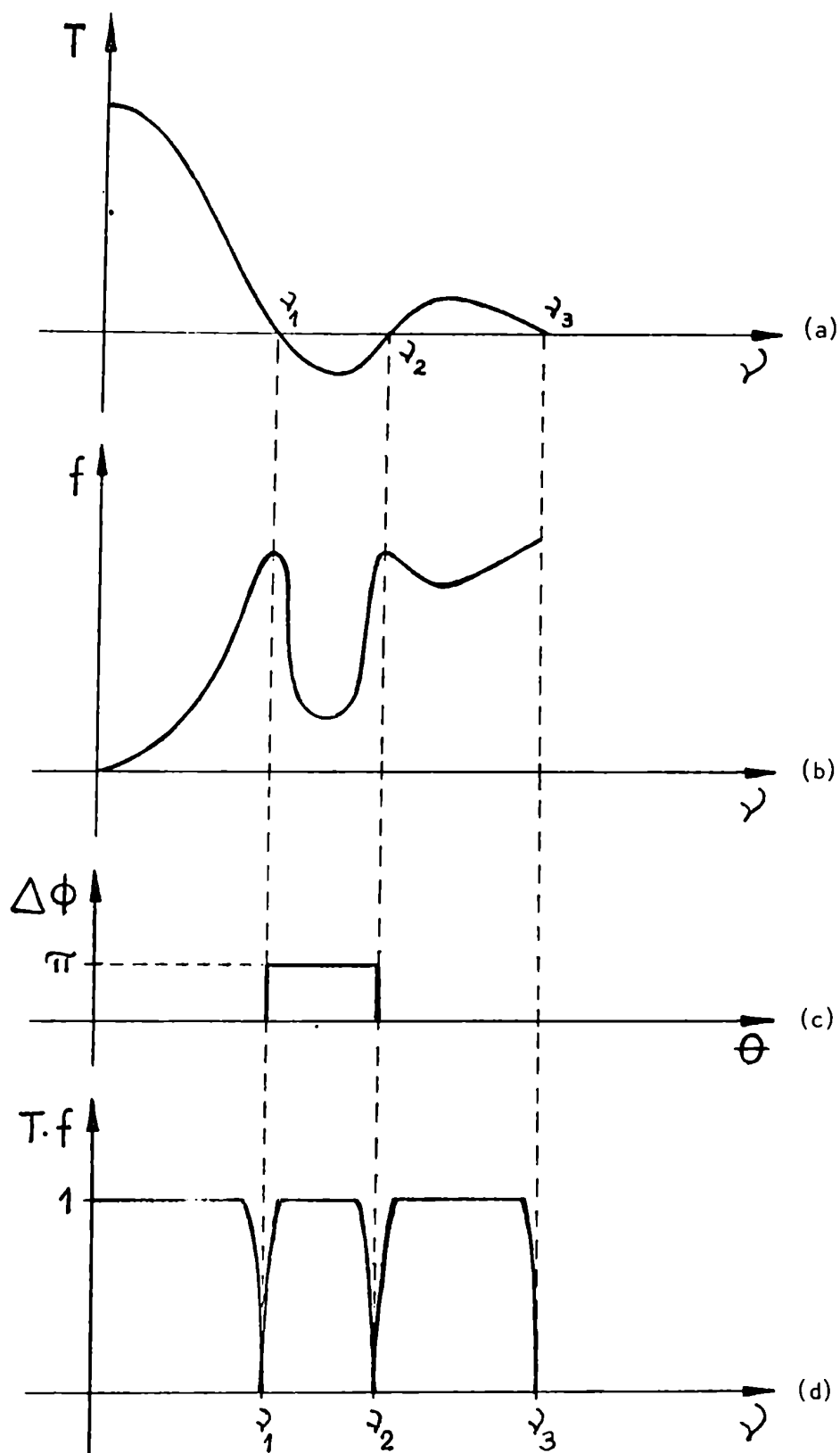


FIG.11-4: (a) Función transferencia a filtrar.
 (b) Función filtro.
 (c) Modificación de la fase.
 (d) Resultado del filtrado (ideal).

11.3 ILUMINACION INCOHERENTE Y COHERENTE

Los sistemas ópticos, aún cuando fueran libres de aberraciones, se encuentran limitados por difracción. Es decir, los haces de luz difractados en un dado objeto no pueden en su totalidad atravesar el sistema óptico, puesto que las lentes tienen diámetro finito. La consecuencia es que, no todas las frecuencias espaciales que componen al objeto pueden contribuir a formar la correspondiente imagen. Por esto, surge la necesidad de contar con algún criterio para evaluar los sistemas ópticos. Entre ellos, se pueden subrayar: el estudio de la resolución de dos puntos objetos, el criterio de Sparrow y la frecuencia espacial de corte.

La pregunta que se plantea es la siguiente: qué tipo de iluminación es más conveniente para usar en el filtrado espacial. Para responder, se utilizará el análisis de la frecuencia de corte.

Sea pues un sistema libre de aberraciones (y por ende, limitado sólo por difracción). Ocurre que en estas condiciones (se verá en un ejemplo) la frecuencia de corte ν_c de la F.T. incoherente es el doble de la que se obtiene de la F.T. coherente. Se podría concluir en base a lo anterior que, como norma general, es más conveniente emplear iluminación incoherente. Sin embargo, no puede afirmarse ésto sin más dado que, en el análisis con iluminación coherente se trabaja con las amplitudes de los campos, mientras que en el caso incoherente se manejan intensidades. Esto es así pues, los sistemas iluminados coherentemente son lineales en la amplitud y los iluminados incoherentemente lo son en la intensidad (para las situaciones intermedias de iluminación parcialmente coherente, los sistemas ópticos resultan ser lineales en la función grado de coherencia, tratada en el inciso 11.1.1). Luego, para poder

intentar una comparación, debe recurrirse a un mismo tipo de magnitud física. Ya que se desea analizar la calidad de la imagen, lo más conveniente es investigar su contraste y su espectro. Así, de (11-13) y (11-14) se puede llegar a que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F} [I_c] = (A_{co} T_{co}) \odot (A_{co} T_{co}) \\ \mathcal{F} [I_{ic}] = (A_{co} \odot A_{co}) \cdot \left(\frac{T_{co} \odot T_{co}}{T_{co}} \right) \end{array} \right. \quad (11-20)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F} [I_c] = (A_{co} T_{co}) \odot (A_{co} T_{co}) \\ \mathcal{F} [I_{ic}] = (A_{co} \odot A_{co}) \cdot \left(\frac{T_{co} \odot T_{co}}{T_{co}} \right) \end{array} \right. \quad (11-21)$$

donde I_c y I_{ic} son las intensidades en la imagen para iluminación coherente e incoherente respectivamente; el símbolo \odot significa "correlación cruzada"; T_{co} es la F.T. coherente, y A_{co} es la transformada de Fourier del objeto.

Inspeccionando las fórmulas anteriores se deduce que el espectro de frecuencias en la imagen puede diferir notablemente en ambos casos. Y más aún, no puede obtenerse una conclusión general pues cada caso dependerá fuertemente del tipo de objeto considerado.

Con el propósito de enfatizar este punto muy importante, se presenta el siguiente ejemplo. Sean dos objetos cuyas transmisiones en amplitud son (caso unidimensional):

$$O_1 = \cos(2\pi x) \quad (11-22)$$

y

$$O_2 = \cos(2\pi x) \quad (11-23)$$

Se los elige así pues, ambos tienen la misma distribución de intensidad pero distinta distribución de fase. Considérese además, que se verifica que:

$$\frac{\nu_c}{2} < \nu_0 < \nu_c \quad (11-24)$$

Se analizará primero el caso de α_1 para iluminación coherente. Es

$$A_1(\nu) = \mathcal{F}[a_1(x)] = \frac{1}{2} \delta(\nu - \nu_0) + \frac{1}{2} \delta(\nu + \nu_0)$$

(ver dibujo 11-5 (b)). Entonces, en 11-20:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[I_c] &= \int_{-\infty}^{\infty} A_1(\xi) \cdot T(\xi) \cdot A_1^*(\xi - \nu) \cdot T^*(\xi - \nu) \cdot d\xi = \\ &= \frac{1}{4} \delta(\nu + 2\nu_0) + \frac{1}{2} \delta(\nu) + \frac{1}{4} \delta(\nu - 2\nu_0) \end{aligned}$$

resultado que se muestra en 11-5 (f). La correspondiente intensidad es:

$$I_c(x') = \frac{1}{2} + \frac{\cos(4\pi\nu_0 x')}{2}$$

(figura 11-5 (h)).

Para el caso incoherente, será:

$$\begin{aligned} A_2(\nu) \odot A_1(\nu) &= \int_{-\infty}^{\infty} A_2(\xi) \cdot A_1^*(\xi - \nu) \cdot d\xi = \\ &= \frac{1}{4} \delta(\nu + 2\nu_0) + \frac{1}{2} \delta(\nu) + \frac{1}{4} \delta(\nu - 2\nu_0) \end{aligned}$$

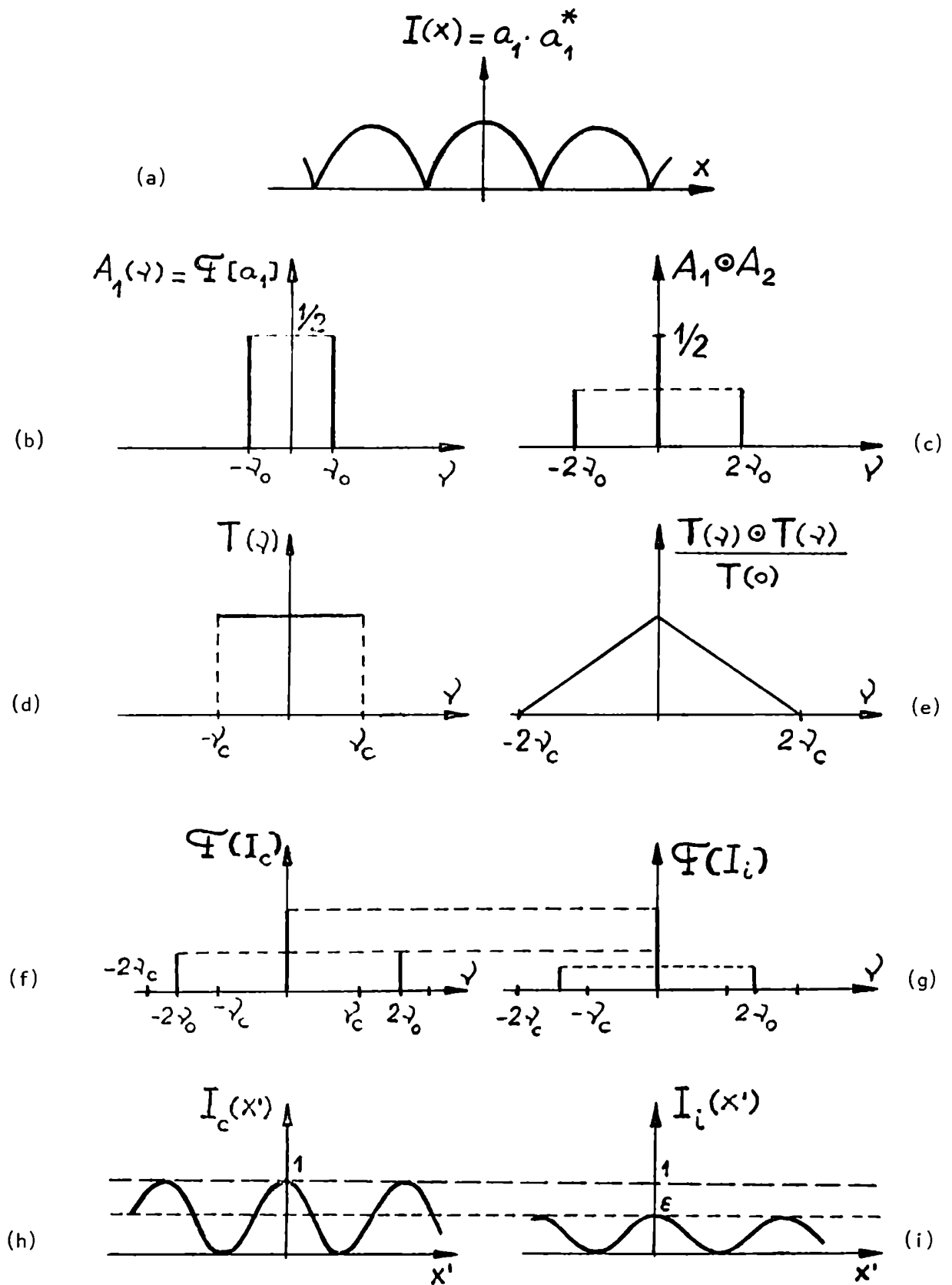


FIG.11-5: Análisis del efecto en la imagen y en su espectro de intensidad, según el tipo de iluminación.

según se muestra en 11-5 (c). La función transferencia incoherente valdrá:

$$\frac{T(\nu) \otimes T(\nu)}{T(0)} = \frac{2\nu_c - |\nu|}{2\nu_c} = 1 - \frac{|\nu|}{2\nu_c}$$

(ver 11-5 (e)). Nótese que la frecuencia de corte del caso incoherente resulta ser el doble que para el caso coherente (figura 11-5 (d)), según ya se adelantara.

Entonces, en (11-21):

$$\mathcal{F}[I_2] = \frac{\epsilon}{2} \delta(\nu + 2\nu_0) + \frac{1}{2} \delta(\nu) + \frac{\epsilon}{2} \delta(\nu - 2\nu_0)$$

$$\epsilon = 1 - \frac{\nu_0}{\nu_c}$$

De (11-24) resulta que: $0 < \epsilon < 1$. Luego, como se muestra en 11-5 (g) y 11-5 (i), se ha reducido el contraste en la imagen para el caso incoherente. Para el primer tipo de iluminación valía 1, y para iluminación incoherente resulta ser igual a: $\epsilon < 1$. Luego, para el tipo de objeto $\alpha_2(x)$ es mejor la iluminación coherente.

Considérese ahora el objeto: $\alpha_2(x)$. Para iluminación incoherente la situación es la misma dado que, en este tipo de iluminación se trabaja con intensidades, y vale: $\alpha_3 = \alpha_1^* \cdot \alpha_2 = \alpha_2 \cdot \alpha_1^*$

Para analizar el caso coherente, debe tenerse presente que $\alpha_2(x)$ tiene como frecuencia fundamental: $2\nu_0$, que es mayor que ν_c (de acuerdo a la relación 11-24). Ocurre entonces que, al calcular: $A_2(\nu) \cdot T(\nu)$ sólo

quedará la contribución de $A_2(v)$ en el rango: $-v_c \leq v \leq v_c$, que resulta ser: $\frac{1}{2} \delta(v)$. Luego, la intensidad de la imagen coherente será una constante, y por lo tanto, su contraste será nulo. Para el objeto $\alpha_2(x)$ entonces, es mejor la iluminación incoherente.

En definitiva, surge claramente del ejemplo que: elegir el mejor tipo de iluminación depende en cada caso de los detalles del objeto y de su distribución de fase (a la misma conclusión se llega con los otros criterios de análisis de sistemas ópticos).

CAPITULO III

ERRORES DE FASE EN EL PLANO TRANSFORMADO

III.1 PLANTEO DEL PROBLEMA Y METODO DE ANALISIS PROPUESTO

Dado las numerosas aplicaciones del filtrado espacial coherente, se han llevado a cabo diversos estudios sobre los requisitos y métodos de diseño para las lentes transformadoras de Fourier. Trabajos importantes al respecto como el de Von Bieren⁽³⁶⁾ y los de Wynne⁽³⁷⁾, se basan en el criterio utilizado por Blandford⁽³⁸⁾. Este considera que, para el diseño de este tipo de lentes se debe requerir que la transformada de Fourier del objeto a procesar, debe producirse con perfecta nitidez y con su fase correcta. Esta exigencia es equivalente a pedir que dichas lentes estén corregidas de aberraciones sobre ambos planos focales, con diafragma en el otro plano focal.

En el diseño clásico de instrumentos ópticos es habitual que en un dado componente se permita ciertas aberraciones, las cuales son luego compensadas en otro componente. Así pues por ejemplo, se puede introducir ciertas aberraciones en un objetivo de microscopio, y luego compensarlas en el correspondiente ocular. El resultado de todo esto es que, resulta así factible obtener una mejor corrección del sistema completo, en comparación con la que se lograría corrigiendo por separado al objetivo y al ocular en cuestión. Esta posibilidad de compensar aberraciones entre los distintos componentes de un sistema óptico, no fue aún empleada en el estudio de las lentes de un procesador óptico coherente. Se analizará entonces por primera vez⁽³⁹⁾, en qué medida se puede compensar los errores de fase sobre el plano transformado de Fourier, por medio de una adecuada introducción de aberraciones en la lente reestructora de imágenes.

De acuerdo pues al enfoque aquí dado al problema, es importante puntua-

lizar que se considerará de interés, no tanto ya la exacta reproducción de la transformada de la señal a procesar como lo hace Blandford⁽³⁸⁾ y otros,⁽³⁶⁻³⁷⁾ sino que en plano imagen final se tenga una buena señal de convolución o de correlación del objeto, dado que ésto es lo que en definitiva se registra.

Otra cuestión para puntualizar es que, al permitir aquí que la lente antitransformadora pueda introducir errores de fase, brinda al diseñador cierta libertad en la elección de los parámetros característicos para su construcción, no encontrándose ahora tan restringido como en el caso de corregir por separado cada componente del procesador.

La descripción del planteo del problema y el método a emplear para su estudio se completa considerando el papel que juega el filtro en el procesador.

Dado que en las técnicas de procesado óptico se utilizan diversos tipos de filtros espaciales, se los clasificará aquí de la siguiente manera:

Filtros "on axis": Se caracterizan por no desviar el haz a procesar, una vez que éste atravesó el filtro. Según se explicó en la sección 11.2, de ordinario resultan difíciles de implementar. Esto se debe a que, en general la función que describe la transmisión del filtro resulta ser una función compleja. El problema se resuelve utilizando los filtros del tipo holográficos, que permiten estudiar la deconvolución y también el reconocimiento de formas.

Filtros del tipo holográficos⁽⁴⁰⁾: Aquí la máscara es sintetizada mediante el empleo de técnicas del tipo holográfico, esto es, reteniendo la fase y la amplitud deseada. El haz que los atraviesa es difractado según un ángulo previamente determinado. En el próximo inciso se describirá la manera de construirlos y sus efectos.

Para el estudio entonces aquí planteado, en el caso de emplear filtros del primer tipo, será suficiente exigir que entre un punto objeto y su correspondiente punto imagen, el camino óptico resulte independiente del plano transformado (esto será desarrollado en el capítulo IV). Con ésto, los errores de fase en la transformada de Fourier quedarán debidamente compensados.

Para la situación de utilizarse filtros holográficos en cambio, los haces difractados por dichos filtros se distorsionarán (anamorfosis). Esto trae como consecuencia, que no resultará posible una compensación exacta entre la lente transformadora y la reestructora.

El otro factor relevante a tener en cuenta en este tipo de filtros es que, en virtud de su propiedad de retener las fases, también retendrá las aberraciones que pudieran tener las lentes que se emplearon para construirlo. En consecuencia, se producirá en el plano transformado la interacción entre las aberraciones presentes en la transformada de Fourier del objeto a procesar y las aberraciones que aporta el filtro. Como resultado de esta interacción, se tendrá un error de fase en el plano transformado.

En este capítulo se estudiará entonces, la contribución de cada uno de los tipos de aberración sobre dicho error de fase. Se analizará asimismo su posible atenuación empleando adecuadas compensaciones proporcionadas por la lente reestructora de imágenes. Se desarrollará una teoría en general, aplicándosela luego a los casos de deconvolución óptica y de reconocimiento de caracteres (correlación óptica), por separado.

Mediante la utilización del criterio de Rayleigh, se obtendrán límites de tolerancia para la lente transformadora.

Para ejemplificar, se evaluarán las nombradas tolerancias para lentes

de dimensiones y distancia focal típicas (de acuerdo a los valores usados en las publicaciones al respecto).

III.2 DESARROLLO TEORICO

III.2.1 Síntesis del filtro

El filtro holográfico se sintetiza empleando un sistema interferométrico como el que, por ejemplo, se esquematiza en la figura III.1.

Mediante el divisor de haz "B" y el espejo "M", se dispone de dos haces coherentes entre sí. Uno de dichos haces (luego de ser filtrado y expandido) incide sobre el plano π_1 . Si se designa con: $\Delta(x,y)$ a la distribución de amplitud en dicho plano, se tendrá entonces en el plano focal de la lente $L_1^{(32)}$ (a menos de constantes dimensionales):

$$S(\xi, \eta) = \mathcal{F}[\Delta(x, y)] \quad (III-1)$$

donde el símbolo \mathcal{F} significa "transformada de Fourier de".

El otro haz luego de reflejarse en "M", es filtrado y expandido por L_2 , e incide sobre el plano π_2 con un ángulo Θ . Este haz, llamado de referencia, está definido por la expresión:

$$\Delta(\xi, \eta) = \Delta_0 \cdot e^{-2\pi i \nu \eta} \quad (III-2)$$

donde

$$\nu = \frac{\sin \Theta}{\lambda}$$

es la frecuencia espacial, " Δ_0 " es la amplitud del haz de referencia, y " λ " es la longitud de onda de la luz empleada.

Ambos haces inciden entonces en el plano π_2 , ubicándose allí una película fotográfica. De esta manera, la película registrará una distribución de in-

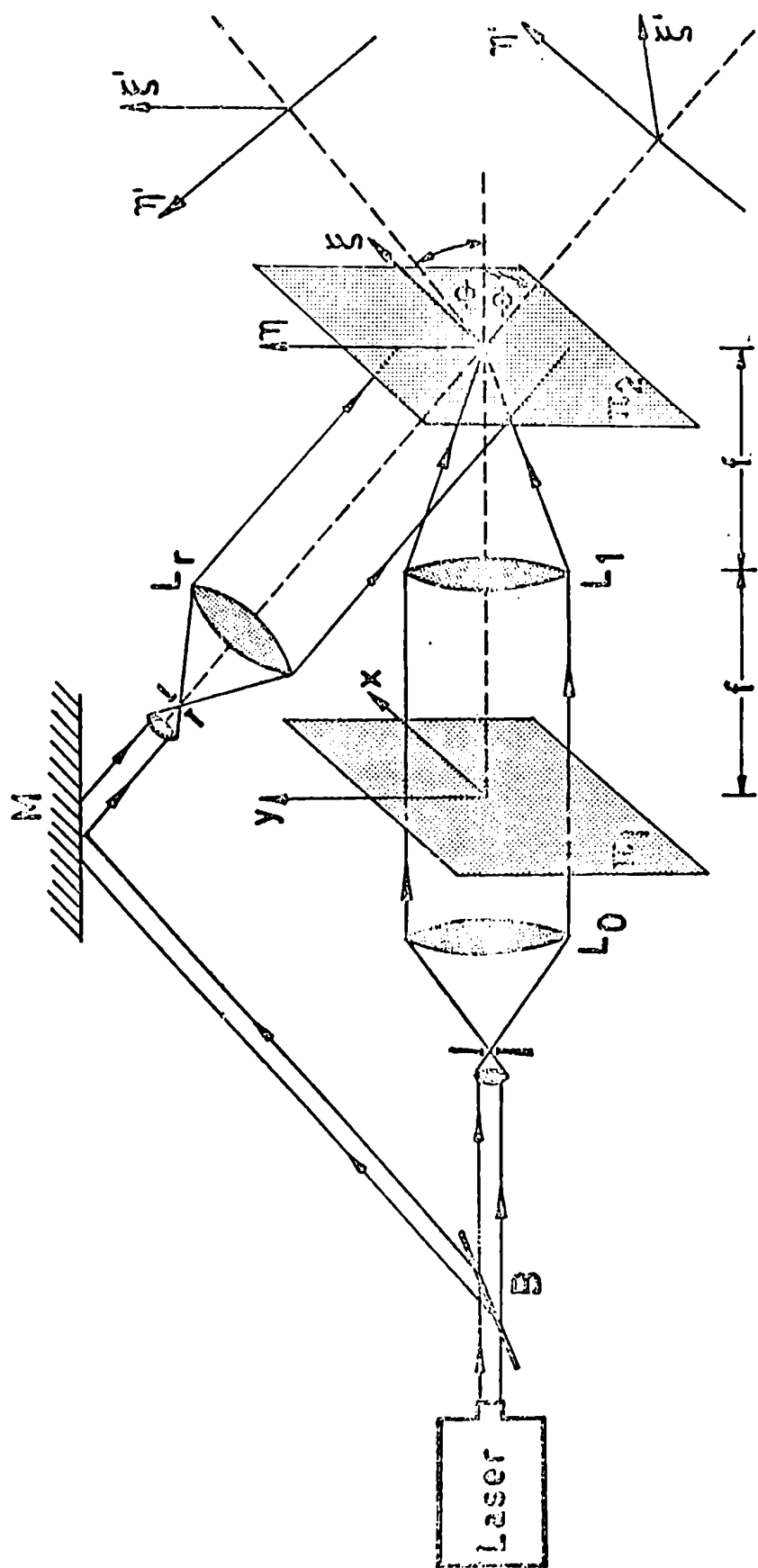


FIG. III-1: Sistema interferométrico para construir un filtro espacial holográfico.

tensidad dada por:

$$I(\xi, \eta) = \left(S(\xi, \eta) + \pi(\xi, \eta) \right) \cdot \left(S(\xi, \eta) + \pi(\xi, \eta) \right) \quad (III-3)$$

donde "*" indica "conjugado de".

Dado que (III.1) es por lo general una cantidad compleja, se la puede escribir como:

$$S(\xi, \eta) = |S(\xi, \eta)| e^{-i\psi(\xi, \eta)}$$

Reemplazando esta expresión en (III.3) y operando algebraicamente se llega a que:

$$I(\xi, \eta) = |\pi_0|^2 + |S|^2 + 2|\pi_0| \cdot |S| \cdot \cos(\psi(\xi, \eta) - 2\pi\nu\eta)$$

siendo "||" la notación del módulo de una magnitud.

La última expresión hallada, ilustra la manera en que el dispositivo empleado permite retener la amplitud y la fase de la función " $S(\xi, \eta)$ ", mediante la onda portadora " π ". De aquí que a estos filtros se los denomina: holográficos.

A posteriori de imprimir el negativo, se lo procesa de forma que, su transmisión en amplitud " $x(\xi, \eta)$ " resulte ser proporcional a la intensidad recibida. En estas condiciones, y teniendo en cuenta (III.3), será:

$$x(\xi, \eta) \propto \pi_0 + S \cdot S^* + \pi_0 S^* e^{-2\pi i \nu \eta} + \pi_0 S e^{2\pi i \nu \eta} \quad (III-4)$$

en donde " \propto " denota proporcionalidad.

III.2.2 Convolución y correlación óptica en el plano imagen final.

Una vez sintetizado el filtro holográfico, se lo ubica en el plano intermedio del procesador óptico coherente (plano \mathcal{P}_2 de la figura 11.3). Con " $a(x,y)$ " se denominará la distribución de amplitud del objeto a procesar, el cual se halla ubicado en el plano de entrada \mathcal{P}_1 . Luego, en el plano transformado \mathcal{P}_2 se tendrá:

$$A(\xi, \eta) = \mathcal{F}[a(x,y)]$$

Sobre esta distribución actuará el filtro, de modo que se transmitirá a través del plano \mathcal{P}_2 :

$$t(\xi, \eta) : A(\xi, \eta)$$

con $t(\xi, \eta)$ dado por (III.4).

Si se designa entonces con: " $b(x', y')$ " a la distribución de amplitud sobre el plano imagen final \mathcal{P}' , estará dada por:

$$b(x', y') \propto \pi_0 \mathcal{F}^{-1}[A] + \mathcal{F}^{-1}[S \cdot S^* \cdot A] + \pi_1 \mathcal{F}^{-1}[S^* \cdot e^{-2\pi i x' y'} A] + \pi_0 \mathcal{F}^{-1}[S \cdot e^{2\pi i x' y'} A] \quad (III-5)$$

donde: \mathcal{F}^{-1} denota "antitransformada de Fourier de".

Haciendo uso del teorema de la convolución⁽³³⁾ (operación que se designará con el símbolo: \otimes), de (III.5) se llega a que:

$$\begin{aligned}
b(x', y') \propto & |\pi_0|^2 a(x', y') + \left[\delta(x', y') \otimes \delta^*(-x', -y') \otimes a(x', y') \right] + \\
& + \pi_0 \left[\delta(x', y') \otimes a(x', y') \otimes \delta(x', y' + \nu \lambda F) \right] + \\
& + \pi_0 \left[\delta^*(-x', -y') \otimes a(x', y') \otimes \delta(x', y' - \nu \lambda F) \right]
\end{aligned}$$

en donde el símbolo " δ " representa la delta de Dirac. Realizando los productos de convolución indicados, se obtiene:

$$\begin{aligned}
b(x', y') \propto & |\pi_0|^2 a(x', y') + \left[\delta(x', y') \otimes \delta^*(-x', -y') \otimes a(x', y') \right] + \\
& + \pi_0 \left[a(x', y') \otimes \delta(x', y' + \nu \lambda F) \right] + \pi_0 \left[a(x', y') \otimes \delta^*(x', y' - \nu \lambda F) \right]
\end{aligned} \tag{III-6}$$

representando: \otimes la operación de correlación. Los primeros dos términos están centrados alrededor del origen de coordenadas, y no revisten interés por el momento. Se observa del tercer y cuarto término de (III.6), que se obtuvo la señal de convolución y de correlación óptica, entre el objeto a procesar (definido por la función " $a(x', y')$ ") y una cierta función " δ " (que es la elegida para sintetizar el filtro holográfico). La convolución óptica se encuentra entonces centrada en el plano P' , alrededor del punto $x'=0, y'=-\nu \lambda F$, mientras que se hallará la correlación de señales alrededor de $x'=0, y'=\nu \lambda F$.

En virtud de esto, y según el tipo de objeto a tratar y de los parámetros del sistema procesador, puede existir cierta superposición entre las tres imágenes presentes en \mathcal{P}' (la correlación, la convolución y la mancha central). Más adelante se estudiará entonces, los requerimientos para evitar la superposición de las señales de interés.

Por otra parte, y debido a la inclinación (respecto al eje del sistema

óptico) que sufren los haces difractados al pasar por el filtro, para continuar con el estudio se utilizará un sistema de coordenadas más adecuado (ver figura III.2).

III.2.3 Efectos de las aberraciones

Hasta aquí se trabajó en el caso ideal, esto es, las lentes intervinientes eran libres de aberraciones. Se tomará en cuenta ahora los errores de fase introducidos por los elementos del sistema, como consecuencia de las aberraciones que presentan.

Sean pues: ϕ_n y ϕ_1 los errores de fase en el haz de referencia y el originado por la lente L_1 , respectivamente. Estos errores son introducidos en el proceso de síntesis del filtro holográfico.

Luego, al considerar lentes no ideales, en lugar de (III.4), deberá ser ahora:

$$t(\xi, \eta) \propto |r_0|^2 + |S|^2 + r_0 S^* e^{-i\phi_1} e^{-i(2\pi\nu\eta - \phi_n)} + r_0 S e^{i\phi_1} e^{i(2\pi\nu\eta - \phi_n)} \quad (III-7)$$

A su vez la lente L_1 (figura III.2) introducirá un error de fase: ϕ'_1 que afectará a la transformada de Fourier del objeto a procesar. Como resultado de todo esto, la transmisión en amplitud a través del plano P_2 tendrá la forma:

$$t(\xi, \eta) \cdot A(\xi, \eta) \propto cte + r_0 A S^* e^{i(\phi'_1 - \phi_1)} e^{-2\pi i \nu \eta} e^{-i\phi_n} + r_0 A S e^{i(\phi'_1 + \phi_1)} e^{2\pi i \nu \eta} e^{-i\phi_n}$$

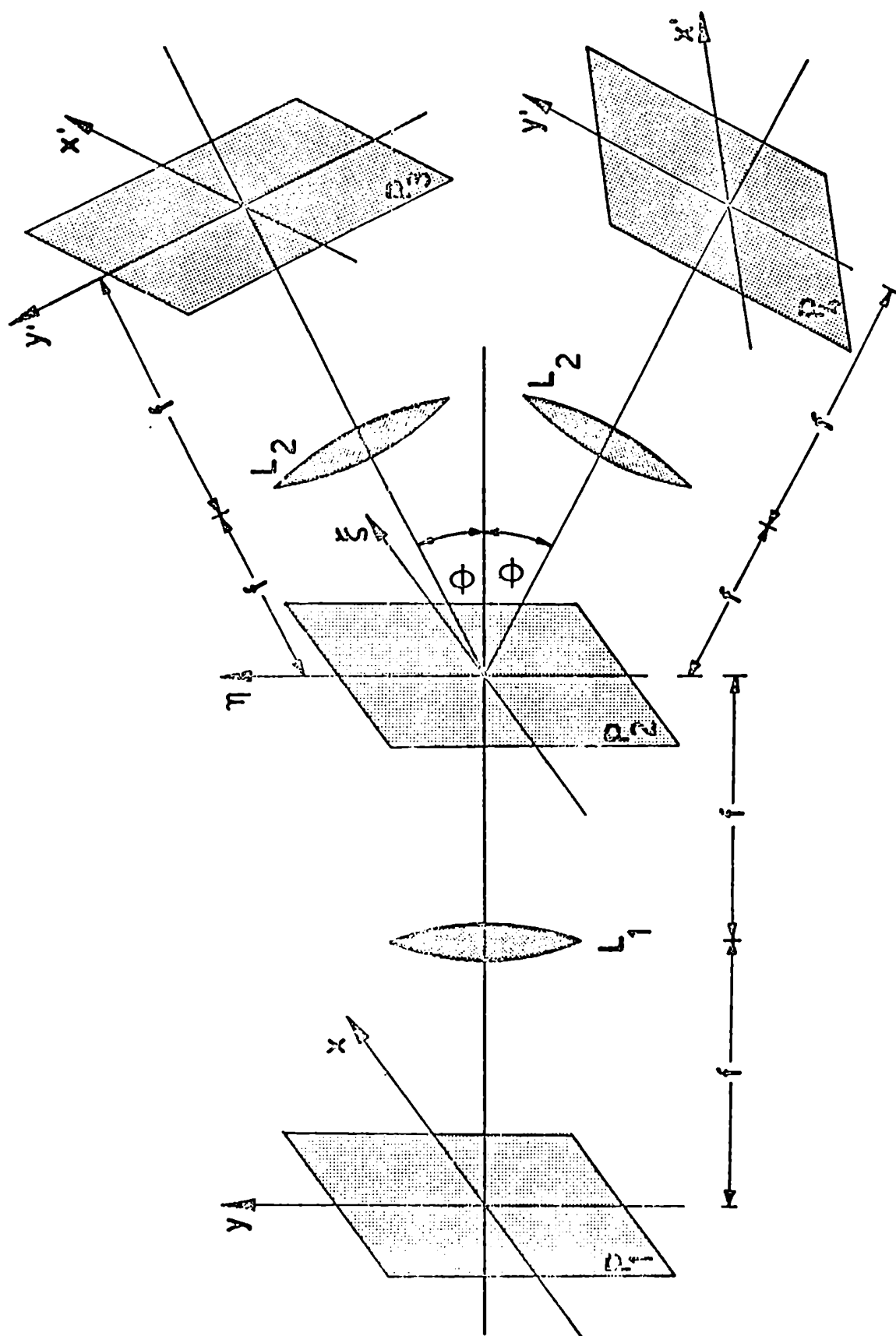


FIG. III-2: Sistema de coordenadas empleado.

siendo "cte." un término que no interesa para lo que sigue.

Según se mostró en III.2.2., el segundo término de la expresión anterior, dará origen a la correlación óptica mientras que el último término será el responsable de la convolución.

Por último, dado que la lente reestructora \mathcal{L}_2 puede introducir también errores de fase (que se designará con: ϕ_2), la diferencia de fase total $\Delta\phi$ entre un punto del campo objeto y su correspondiente en el campo imagen estará dada por:

$$\Delta\phi = \phi'_1 \pm \phi_1 \mp \phi_n + \phi_2 \quad (III-8)$$

Los signos superiores se refieren al caso de la convolución (plano \mathcal{P}_3 según el sistema de coordenadas de la figura III.2), y los signos inferiores corresponden a la correlación (plano \mathcal{P}_1 de la figura III.2).

Lo primero que se puede observar es que, si se genera por computadora el filtro graficando su función en una terminal de video o mediante un graficador, puede reducirse el error de fase total debido a que sería posible hacer:

$$\phi_1 \cong \phi_n \cong 0$$

Por otra parte, queda claro así la importancia del factor: ϕ_2 aportado por la lente reestructora, dado que el mismo proveerá la posibilidad de compensar los errores de fase sobre el plano del filtro introducidos por la lente transformadora.

Se analizará a continuación el efecto de cada tipo de aberración, y

su posible compensación. Se considerará que se utiliza la lente L_2 tanto para obtener la convolución como para la correlación. Esto es posible disponiendo de dos lentes iguales para tal fin, o bien modificando adecuadamente su posición en el procesador. También puede emplearse la misma disposición experimental tanto para la deconvolución como para la autocorrelación, y sólo girar el filtro holográfico en 180° (en un caso respecto del otro).

Por economía en el diseño se supone de ahora en más, que se utiliza como lente transformadora L_2 en el procesador, a la misma lente L_1 (figura III.1) empleada para construir el filtro holográfico.

III.3 ESTUDIO DE LA COMPENSACION DE ERRORES DE FASE

III.3.1 Aberración esférica

Si se desea trabajar con filtros libres de aberraciones, se debe emplear durante la síntesis del mismo lentes que provean en la fase de la transformada de la señal usada, el mismo error de fase que presenta el haz de referencia. Es decir, se debe hacer que: $\phi_1 = \phi_n$. Luego, el error de fase total será ahora:

$$\Delta \phi = \phi_1 + \phi_2$$

En el caso del estudio de la convolución óptica, el error de fase total se escribirá como:

$$\Delta \phi = Q_1 \left(\xi^2 + \eta^2 \right)^2 + Q_2 \left(\xi'^2 + \eta'^2 \right)^2 \quad (III-9)$$

En función de las coordenadas (ξ', η') (ver figuras III.1 y III.3), la expresión (III-9) queda como:

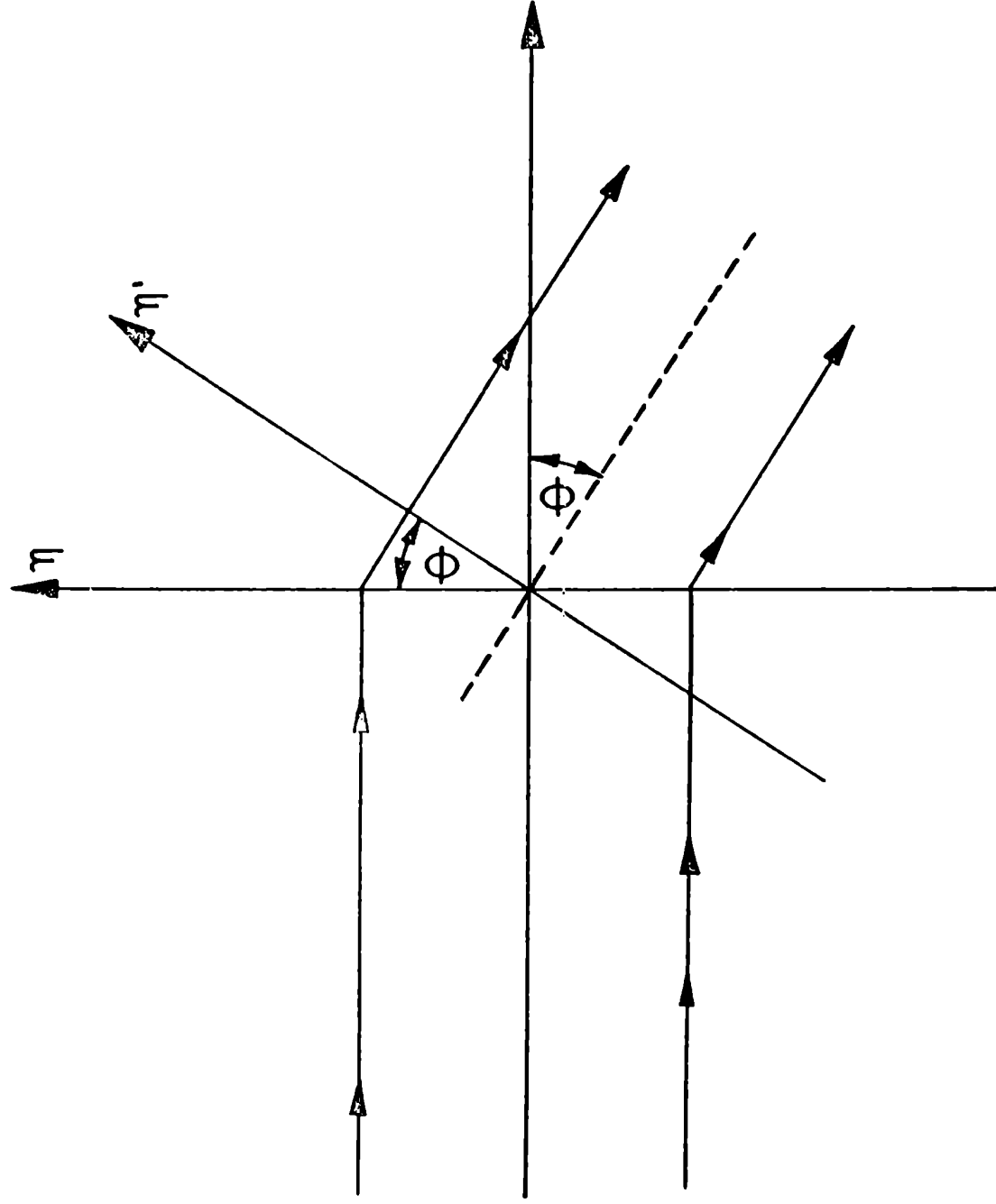
$$\Delta \phi = Q_1 \left(\xi'^2 + \frac{\eta'^2}{\cos^2 \theta} \right)^2 + Q_2 \left(\xi'^2 + \eta'^2 \right) \quad (III-10)$$

Si se elige la compensación:

$$-Q_2 = Q_1 \quad (III-11)$$

la ecuación (III-10) será:

$$\Delta \phi = Q_1 \eta'^2 \left(\frac{1}{\cos^4 \theta} - 1 \right) \left(\eta'^2 + 2 \xi'^2 \right) \quad (III-12)$$



$$\eta = \frac{\eta'}{\cos \phi}$$

$$\xi = \xi'$$

FIG. III-3: Difracción en el plano que contiene al filtro holográfico.

Para ponderar el efecto se considerará la situación más desventajosa, la cual corresponderá a la anterior expresión maximizada. Para ésto resulta útil emplear el siguiente cambio de variable:

$$\begin{cases} \xi' = \rho \cos \delta \\ \eta' = \rho \sin \delta \end{cases} \quad (III-13)$$

Luego, con (III-13) y maximizando (III-12) se llega a que:

$$\Delta \phi = \frac{1}{2} Q_1 \eta'^4 \sin^2 \Theta \quad (III-14)$$

Considerando ahora el criterio de Rayleigh, se exigirá como tolerancia que las diferencias de camino óptico resulten menores o del orden de un cuarto de longitud de onda. Aplicando esta exigencia a (III-14), resulta entonces que debe verificarse que:

$$Q_1 \cdot \eta'^4 \leq \frac{\lambda}{16 \sin^2 \Theta} \quad (III-15)$$

Para ejemplificar este resultado, se recurrirá a valores típicos propuestos para las lentes en la bibliografía al respecto. Así pues, según Blandford⁽³⁸⁾, se puede considerar una lente transformadora de Fourier cuyo diámetro sea de 12 cm y su distancia focal de 1 m. Para diámetro del objeto y de la pupila se puede usar el valor de 6 cm. La lente empleada para producir el haz de referencia (lente L_x de la figura III.1) puede tener típicamente 6 cm de diá-

metro. La situación extrema corresponderá al caso en que ambas lentes L_1 y L_2 se acerquen entre sí hasta estar sus bordes en contacto físico, formando entonces el menor ángulo Θ posible. En esta situación, y con los valores típicos adoptados, (III.15) da como tolerancia para la lente transformadora:

$$Q_1 \cdot \eta'^4 \leq 4 \lambda$$

Para el estudio de la correlación óptica, la contribución a la aberración esférica de ambas lentes depende de las mismas coordenadas que para la convolución. Luego, en el caso de reconocimiento de caracteres se llega a las mismas conclusiones y tolerancias recién vistas (fórmula III.15) para la convolución.

Otra posibilidad para la correlación, sería emplear un filtro que presente aberraciones. En este caso, (III-8) sería

$$\Delta \phi = \phi'_1 - \phi_1 + \phi'_2 - \phi_2$$

Eligiendo: $\phi'_1 = \phi_1$ y $-\phi'_2 = \phi_2$, también se puede cancelar el efecto de la aberración esférica en el estudio de reconocimientos de caracteres. Para esta situación, se emplearía como lente transformadora a la misma lente L_1 usada para sintetizar el filtro, y se compensarían entre sí la lente reconstrutora L_2 con la lente L_1 que provee el haz de referencia (figura III.1).

Dicha compensación resulta exacta por no existir anamorfosis entre el haz de referencia y el haz que emerge difractado del plano del filtro hacia la lente L_2 .

Ya sea entonces, empleando filtros con o sin aberraciones, es convenien-

te que la aberración esférica presente sea pequeña para no tener exigencias demasiado severas en el centraje de las lentes del sistema óptico.

III.3.2 Coma

Considerando objetos relativamente pequeños como señales para preparar el filtro holográfico (y ubicados en el centro del campo), vale que: $\phi_n \cong \phi_1 \cong 0$. Así, el error de fase total para la coma será:

$$\Delta \phi = C_1 (x \xi + y \eta) \cdot (\xi^2 + \eta^2) + C_2 (x' \xi' + y' \eta') (\xi'^2 + \eta'^2) \quad (III-16)$$

en donde el símbolo " C_d " representa el coeficiente de coma correspondiente a la lente L_d .

Los haces sufren difracción al atravesar el filtro. Luego, de acuerdo al invariante de Lagrange-Helmholz, se tiene que:

$$\begin{cases} x \xi = x' \xi' \\ y \eta = y' \eta' \end{cases} \quad (III-17)$$

Eligiendo como valor para la compensación que: $C_2 = -C_1$, y utilizando (III.17) en (III.16), resulta:

$$\Delta \phi = C_1 (x' \xi' + y' \eta') \cdot \eta'^2 \cdot \sin^2 \theta$$

para ambos tipos de señales.

Maximizando el error de fase sobre el plano transformado se halla que:

$$\Delta \phi = C_1 \gamma' \eta'^3 \sin^2 \Theta$$

Aplicando el criterio de Rayleigh adoptado se tiene que debe ser:

$$C_1 \gamma' \eta'^3 \leq \frac{\lambda}{4 \sin^2 \Theta} \quad (III-18)$$

Con el propósito de comparar la importancia de los efectos de los distintos tipos de aberraciones, se pueden adoptar los valores típicos usados en III.3.1, en cuyo caso (III.18) vale:

$$C_1 \gamma' \eta'^3 \leq 16 \lambda$$

Se concluye que, en estas condiciones, las exigencias sobre la aberración esférica son cuatro veces mayores que las de la coma.

III.3.3 Curvatura de campo

Sea " H_j " el coeficiente de curvatura de campo aportado por la lente j -ésima. Para este tipo de aberración, (III.8) es de la forma:

$$\Delta \phi = H_1 (x^2 + y^2) (\xi^2 + \eta^2) + H_2 (x'^2 + y'^2) (\xi'^2 + \eta'^2) \quad (III-19)$$

tanto para la convolución óptica como para la correlación.

Adoptando para la compensación la relación: $H_2 = -H_1$, y maximizando

(III.19) para situarse en el caso más desfavorable, el criterio de Rayleigh conduce a que:

$$H_1 \cdot x'^2 \gamma'^2 \leq \frac{\lambda}{4 \cdot \sin^2 \Theta}$$

Se observa de aquí que el tipo de exigencias para la curvatura de campo son las mismas que para la coma.

Por otra parte, a medida que se consideran objetos de mayor tamaño en el reconocimiento de formas, se necesitará que el haz de referencia incida con ángulos más grandes. Para esos casos, se ve de acuerdo a la dependencia en Θ de las expresiones aquí desarrolladas, que disminuirán las tolerancias en las aberraciones. El mismo efecto ocurrirá si se emplean distancias focales más chicas o se aumenta el diámetro de las lentes utilizadas.

III.3.4 Astigmatismo

La contribución de la lente L_j al astigmatismo se designará con: " G_j ". Así pues, empleando (III.17), la expresión general (III.8) se escribe para este tipo de aberración como:

$$\Delta \varphi = G_1 (x'^2 \xi'^2 + y'^2 \eta'^2) + G_2 (x'^2 \xi'^2 + y'^2 \eta'^2)$$

Luego, mediante la elección de la compensación: $G_2 = -G_1$, es posible cancelar este efecto, tanto para la convolución como para la correlación óptica.

De lo desarrollado hasta aquí se concluye que, para los diversos tipos de aberraciones, la mejor compensación se logra eligiendo: $\phi_1 = \phi_n = -\phi_2$ donde "1" se refiere a la lente transformadora, "2" a la reestructora de imágenes, y el símbolo "n" corresponde al haz de referencia.

III.3.5 Desenfoque

Para el análisis de los efectos de desenfoque, se dividirá el problema en dos casos.

En primer término se considerará la situación en que, al construir el filtro no se logre focalizar correctamente sobre el plano π_2 que lo contiene (ver figura III.1). Esto implica que, la transformada $S(\xi, \eta)$ dada por (III.1) y el haz de referencia (III.2), contribuirán cada uno con su correspondiente error de focalización en la síntesis del filtro.

Paralelamente, debido a que se vuelve a emplear la lente L_1 en el sistema procesador, la transformada de Fourier $A(\xi, \eta)$ del objeto a filtrar, repetirá el error de focalización presente en $S(\xi, \eta)$ sobre el plano π_2 (ver figura III.3).

El coeficiente de desenfoque correspondiente al haz de referencia se notará con N_n , designándose con N_j el respectivo a la lente L_j . Luego, se tendrá para el error de fase total, según la expresión general (III.8):

$$\begin{aligned} \Delta \phi = N_1 (\xi^2 + \eta^2) \pm N_1 (\xi^2 + \eta^2) \mp N_n (\xi^2 + \eta^2 \cos^2 \Theta) + \\ + N_2 (\xi'^2 + \eta'^2) \end{aligned} \quad (III-20)$$

Considerando que para el reconocimiento de formas corresponde el signo inferior, y empleando la propiedad de anamorfosis (III.17), se impone la elección: $N_2 = N_x$, con lo cual se logra cancelar el efecto de desenfoque sobre el plano transformado.

Para el estudio de la señal de convolución, maximizando (III.20) y eligiendo además la compensación: $N_2 = -N_1$, se tiene que

$$\Delta \phi = 2 N_1 \cdot \eta'^2 \sin^2 \Theta$$

Aplicando ahora el criterio de Rayleigh adoptado, se llega a que

$$N_1 \cdot \eta'^2 \leq \frac{\lambda}{8 \cdot \sin^2 \Theta}$$

Para ejemplificar, si se consideran los valores típicos mencionados en la sección III.3.1, de la última expresión se obtiene

$$N_1 \cdot \eta'^2 \leq 8 \lambda$$

Se concluye pues, que la tolerancia para el desenfoque en la situación planteada, resulta ser dos veces más grande que la permitida para aberración esférica.

El segundo caso consiste en considerar ahora, que se construyó el filtro sin error de focalización. Luego pues, sólo introducirá error de enfoque sobre el plano del filtro, la transformada de Fourier $A(\xi, \eta)$ del objeto. Para poder mejorar esta situación, y en concordancia con el punto de vista adoptado para co-

el gráfico 11.4(c), indicando con: $\Delta\phi$ la diferencia de fase aportada por el recubrimiento. El resultado de aplicar este filtro a la F.T. se muestra en la parte (d) del gráfico. Los puntos: ν_1, ν_2 y ν_3 son valores tales que hacen anular a la F.T. a filtrar. Estas frecuencias (en realidad, una pequeña banda alrededor de ellas) no son recuperables, dado que no es posible implementar el filtro adecuado para ellas, según surge de la definición misma del filtro (relación 11.19). Por eso, en estos puntos, la transmisión a través del plano transformado dibujada en la parte (d) cae abruptamente a cero.

Actualmente, se emplean filtros del tipo holográfico para cualquier tipo de filtrado. Su implementación se describirá en el capítulo próximo.

regir el sistema, se empleará el recurso de desenfocar adecuadamente sobre el plano imagen final.

Designando entonces con N_2 el coeficiente de desenfoco proporcionado por la lente reestructora L_2 , la relación (III.8) será aquí:

$$\Delta \phi = N_1 \left(\xi'^2 + \frac{\eta'^2}{\cos^2 \Theta} \right) + N_2 \left(\xi'^2 + \eta'^2 \right)$$

Maximizando esta última ecuación, y desenfocando la lente L_2 de manera que proporcione: $N_2 = -N_1$, luego de aplicar el criterio de Rayleigh se obtiene:

$$N_1 \cdot \eta'^2 \ll \frac{\lambda}{4 \sin^2 \Theta}$$

Esta relación muestra que se logra el doble de tolerancia respecto al primer caso, esto es, al caso en que el filtro empleado ya posee errores de focalización.

Otro hecho que se desprende del análisis efectuado es que, en general, el efecto de los errores de fase sobre el plano transformado es mucho más notable para la convolución óptica que para el reconocimiento de caracteres.

III.4 INCLINACION DEL HAZ DE REFERENCIA

En el inciso III.2.2 se halló la expresión III.6 que representa la distribución de amplitud en el plano imagen final. Con el fin de hallar un criterio para evitar superposición entre las señales de interés, se considerará el caso de cuatro objetos designados como: 1,2,3,4 y ubicados en el plano de entrada, según se esquematiza en la figura III.4-(a).

Las distintas manchas centrales (que corresponden a los primeros dos términos de III.6) se dispondrán a lo largo del eje γ' , formando por lo general, una extensa mancha luminosa (ver figura III.4-b). Se debe evitar entonces, que esta mancha se superponga con las diversas señales de correlación y de convolución.

Sea pues un objeto de una extensión típica L , ubicado alrededor del punto (x_0, y_0) en el plano P_1 . De acuerdo al teorema del desplazamiento para transformadas de Fourier⁽³³⁾, y a lo desarrollado en la sección III.2.2, la señal de convolución estará centrada alrededor del punto $(x' = x_0, y' = y_0 - \lambda f)$, y la correlación alrededor de $(x' = x_0, y' = y_0 + \lambda f)$ como se muestra en la figura III.5, mientras que la correspondiente mancha central estará ubicada alrededor de $(x' = x_0, y' = y_0)$. Para el ejemplo aquí presentado, las diversas manchas centrales se ubicarán en $(x' = x_0, y' = y_{0j})$ donde $j = 1, 2, 3$ corresponde a los objetos 1, 2 y 3 respectivamente.

El primer término de la fórmula III.6 básicamente tiene la misma extensión que el objeto a procesar, dado que sólo está modulada su intensidad. Luego la extensión típica de esta señal a lo largo del eje γ' en el plano P' será L . Para evaluar el segundo término, se puede adoptar una cota superior, diciendo que el doble producto de convolución involucrado puede ser estimado mediante

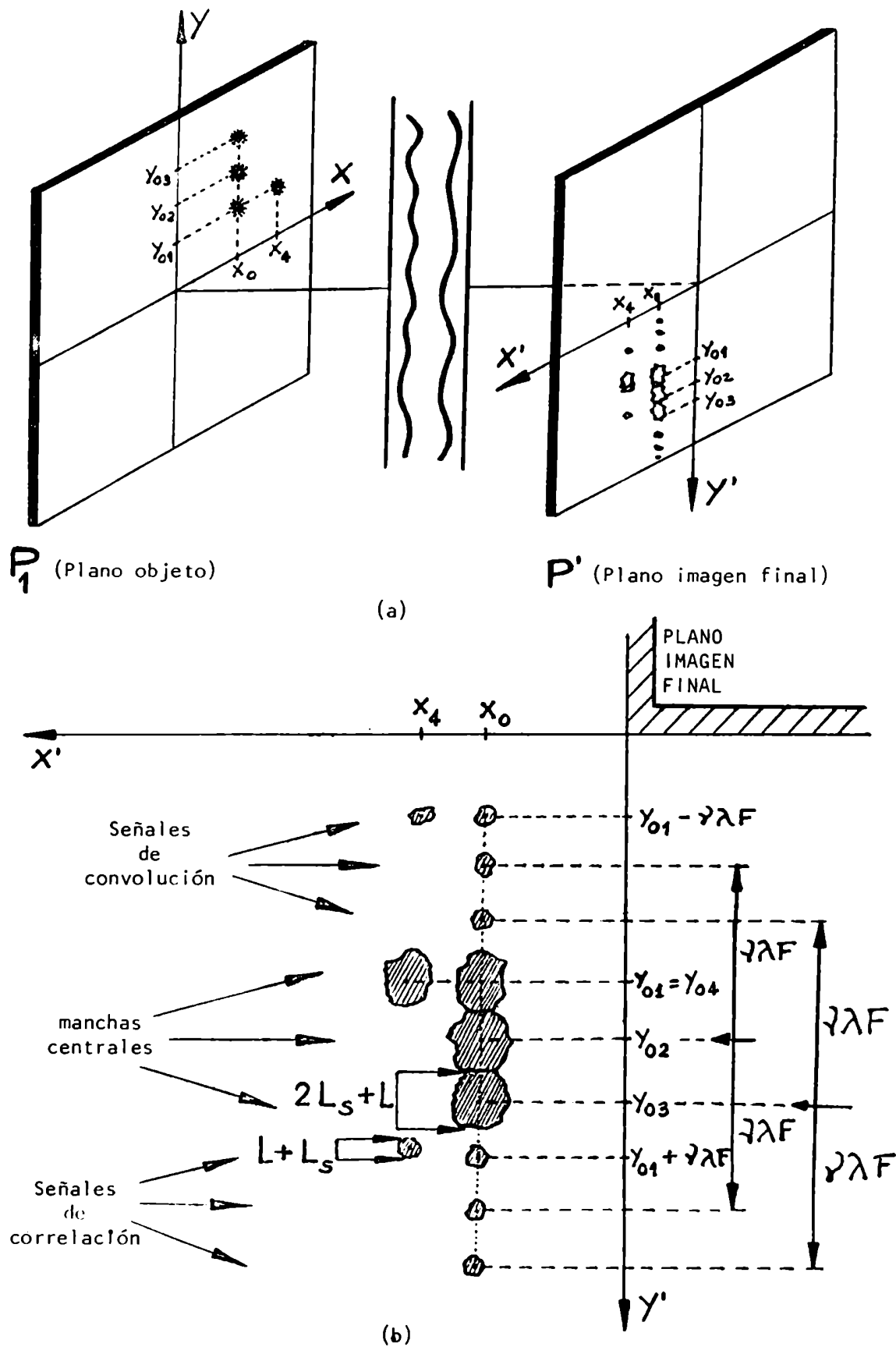


FIG.III-4: (a) Distribución de objetos en el plano de entrada y sus correspondientes señales en el plano imagen.
 (b) Manchas centrales, señales de convolución y de correlación en el plano imagen.

la suma de la extensión significativa de cada una de las funciones intervinientes. Si a la señal "3" utilizada para sintetizar el filtro holográfico se le asigna una longitud típica L_3 , el segundo término de III.6 tendrá una extensión a lo largo del eje γ del orden de $2L_3 + L$.

Análogamente, se puede aplicar este razonamiento a los dos términos restantes de dicha fórmula. De modo que, para evitar la superposición de las manchas centrales (señales que no revisten interés) con las convoluciones o las correlaciones correspondientes, se deduce de la figura III.4.b que debe ser:

$$\gamma_3 - \gamma \wedge F + \frac{L_3 + L}{2} < \gamma_1 - \left(\frac{2L_3 + L}{2} \right)$$

y por lo tanto:

$$\Theta > \arcsen \left\{ \frac{2(\Delta\gamma + L) + 3L_3}{2F} \right\} \quad (III-21)$$

en donde $\Delta\gamma$ es la distancia entre la primera y la última mancha central, medida desde sus centros. En el diseño del dispositivo experimental, puede tomarse para $\Delta\gamma$ sin valor máximo, esto es, el ancho del campo objeto a considerar. Para la situación de considerarse un sólo objeto (o de analizar con el filtro de a un objeto por vez), sólo basta hacer $\Delta\gamma=0$ en (III.21), en cuyo caso representará la condición para que la única mancha central presente no se superponga con la señal de correlación o con la de convolución.

En la situación ahora del objeto "4", dado que éste posee la misma ordenada al origen en el plano γ_1 que el objeto "3", no se deducen exigencias sobre la inclinación del haz de referencia. Sólo se requerirá en general, que la sepa-

ración según el eje x' en el plano imagen (distancia relacionada con la separación entre ambos objetos) verifique que: $\Delta x > (L + L_s)$

CAPITULO IV

ERRORES DE FOCALIZACION EN EL PLANO TRANSFORMADO

IV.1 PLANTEO DEL PROBLEMA Y METODO DE ANALISIS PROPUESTO

En el capítulo anterior, ya se mencionó que se han llevado a cabo numerosos estudios sobre los efectos de las aberraciones presentes en las lentes transformadoras de Fourier. Dichos trabajos adoptan el temperamento de analizar por separado, la contribución de cada uno de los componentes de un sistema procesador. Estos estudios se desarrollan usando la teoría clásica de las aberraciones.

No obstante pues la cantidad de trabajos sobre este tema, las tolerancias para los diferentes tipos de aberraciones aún no fueron suficientemente estudiadas. Por ejemplo, el trabajo básico de Blandford⁽³⁸⁾ no indica en forma cuantitativa las tolerancias posibles.

Como primer punto del método de análisis que aquí se propone, se empleará la posibilidad (aún no contemplada en las publicaciones al respecto), de utilizar compensaciones entre los distintos elementos del procesador. Suponiendo entonces ya compensados los errores de fase sobre el plano transformado, según se desarrolló en el capítulo III, se estudiará ahora el caso de errores de focalización sobre dicho plano.

El segundo punto de vista aquí propuesto consiste en la manera en que se interpreta a la degradación presente en la imagen final obtenida luego del filtrado espacial. Para esto, considérese un procesador óptico el cual, sin filtro espacial, verifica que la imagen final es una reproducción fiel del objeto a procesar. Esto es posible si dicho sistema está libre de aberraciones entre el plano objeto y el imagen. Físicamente significa que los caminos ópti-

cos entre los puntos objetos y sus correspondientes puntos imágenes son constantes. Para esta condición no interesa pues, que en el plano intermedio pudieran presentarse aberraciones.

Si se coloca ahora en el sistema el filtro espacial, ya no se estará en iguales condiciones que las anteriores. Ahora, la calidad de la imagen final dependerá del tipo de filtro espacial, y de las aberraciones que pudieran existir en el plano que lo contiene. Luego, se interpreta aquí a la degradación en la imagen final, como resultado de la interacción entre las aberraciones presentes en las lentes y el filtro.

Dado que la anterior interpretación no es tratable mediante la teoría clásica de las aberraciones, se requiere pues otro método. De esta forma, el tercer punto del método de análisis aquí presentado, consiste en emplear una función transferencia óptica para el tratamiento descriptivo, siendo la idea central para este punto que, el procesado por deconvolución óptica debe ser estudiado en forma global.

Debe mencionarse que, si se pretende un análisis global del procesado por deconvolución, resulta que no es factible un tratamiento general. Esto se debe a que, la calidad de la fotografía a procesar, depende fuertemente del tipo de función de ensanchamiento incoherente con que fue registrada. A su vez, de acuerdo al tipo de dicha función, se ha de preparar el filtro. Pero ya se explicó que la degradación en la imagen final depende precisamente del filtro. Luego se comprende que, las tolerancias a las aberraciones que puede el sistema tener, deberán depender del tipo de función transferencia a filtrar (que es la transformada de Fourier de la función de ensanchamiento).

Se obtendrá entonces aquí una expresión que será denominada función

transferencia óptica total (F.T.T.). Esta describirá en forma global al procesado, es decir, desde el registro original de la foto a filtrar hasta el negativo final, y a diferencia de los tratamientos anteriores (como ser los de Tsujiuchi⁽³⁵⁾), se considerará que todas las lentes que intervienen presentan aberraciones, y que el filtro empleado no es ideal.

Para ejemplificar el uso de la teoría aquí desarrollada, y para obtener conclusiones válidas en general para los procesadores, se la aplicará a dos casos típicos. Se elegirán dos funciones de ensanchamiento con el criterio de que posean características bien opuestas. Se calculará sus respectivas F.T.T. para las distintas aberraciones posibles, obteniéndose conclusiones al respecto.

IV.2 DESARROLLO TEORICO

En la figura IV.1 se esquematiza un sistema procesador óptico coherente. El eje del sistema centrado es $00'$. Perpendicular al mismo, se hallan el plano de entrada u objeto P_1 con coordenadas (x, y) , el plano intermedio o transformado P_2 con coordenadas cartesianas (ξ, η) , y el plano de salida o imagen P_3 con coordenadas (x', y') .

Una fuente de luz monocromática provee un haz de luz de longitud de onda λ_0 (en el vacío). Este haz luego de ser filtrado y expandido, atraviesa un sistema colimador L_0 . El frente de onda provisto por éste incide sobre el plano P_1 , en el cual se ubica la fotografía a procesar.

Con: $a(x, y)$ se designará la distribución de amplitud sobre el plano objeto. Luego, en el plano focal de la lente L_1 de distancia focal F (plano P_2), se tendrá la transformada de Fourier de dicha distribución. Para el caso ideal (lentes sin aberraciones) será:

$$A(\xi, \eta) = \mathcal{F}[a(x, y)] = \iint_{-\infty}^{\infty} a(x, y) e^{-\frac{2\pi i m}{\lambda_0 F} (x\xi + y\eta)} dx dy \quad (IV-1)$$

en donde se omitió las constantes dimensionales fuera de la integral, y representando " m " el índice de refracción del medio considerado.

Se define a las frecuencias espaciales angulares como:

$$\mu'_x = \frac{2\pi}{\lambda_0} m \frac{\xi}{F}, \quad \mu'_y = \frac{2\pi}{\lambda_0} m \frac{\eta}{F} \quad (IV-2)$$

Usando (IV.2) en (IV.1) se obtiene lo que se denomina el espectro angular

$A(\mu'_x, \mu'_y)$ del objeto.

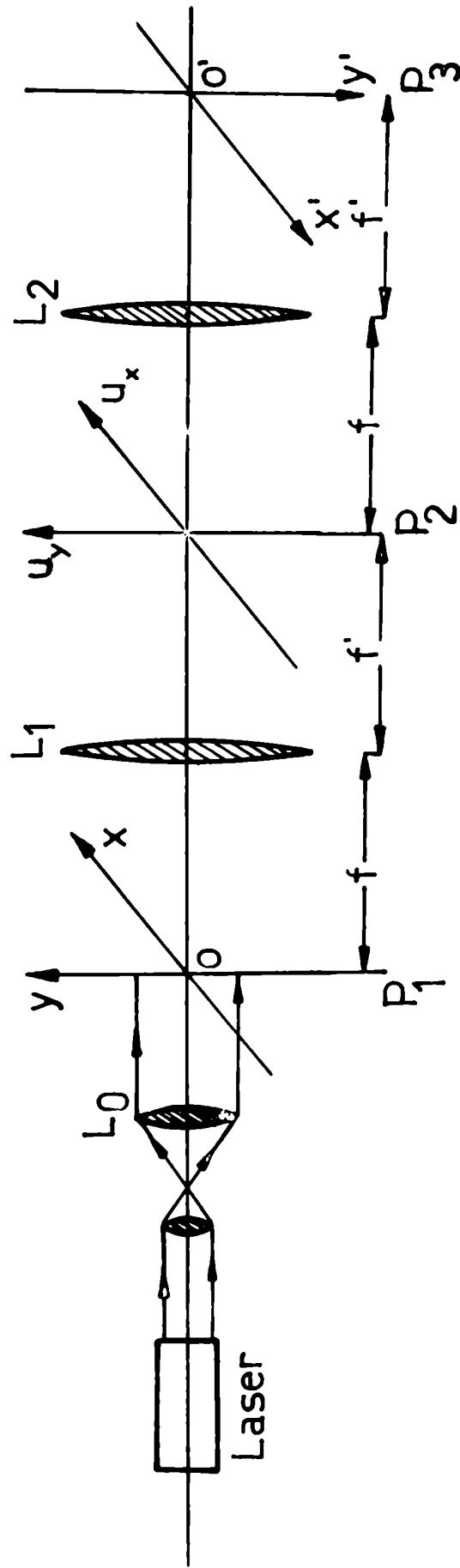


FIG. IV-1: Procesador óptico coherente.

En el caso ahora no ideal el colimador L_0 (suponiendo que esté correctamente centrado), sólo introducirá aberración esférica en el frente de onda que incide sobre el plano objeto. En cambio la lente transformadora L_1 podrá introducir, por supuesto, aberraciones de cualquier tipo.

Se designará con el símbolo " ϕ_j " la diferencia de fase que introduce la lente L_j debido a las aberraciones presentes en la misma (donde $j=0,1,2$ corresponde al colimador, a la lente transformadora y a la reestructora de imágenes, respectivamente). Luego, en el plano transformado se tendrá una contribución dada por:

$$\phi_0 + \phi_1 = \phi_a(x, y, \xi, \eta)$$

Desarrollando en serie de Taylor esta expresión será:

$$\phi_a = \phi_a^0 + g_x \cdot (x - x_0) + g_y \cdot (y - y_0) + \text{TERMINOS DE ORDEN SUPERIOR} \quad (IV-3)$$

con

$$\left. \begin{aligned} \phi_a^0 &\equiv \phi_a(x_0, y_0, \xi, \eta) \\ g_x &\equiv \left[\frac{\partial \phi_a}{\partial x} \right]_{x_0} \\ g_y &\equiv \left[\frac{\partial \phi_a}{\partial y} \right]_{y_0} \end{aligned} \right\} \quad (IV-4)$$

Puede decirse que, para el caso de deconvolución óptica, interesan pequeñas porciones del objeto dado que, la función de ensanchamiento será siempre significativa sólo en un área mucho menor que el de la imagen a procesar. Entonces se puede despreciar términos de segundo o mayor orden en (IV.3) dado que esto sólo equivale a suponer que, para pequeñas áreas del objeto (que según se dijo, son

las de interés en este caso) el frente de onda puede ser aproximado a un frente de onda plano.

Luego, sustituyendo (IV.3) en (IV.1), y usando (IV.2) resulta ser:

$$A(u_x, u_y) = e^{-i(\phi_0 - g_x x_0 - g_y y_0)} \cdot A(u'_x, u'_y) \quad (IV-5)$$

De esta expresión se deduce lo siguiente. Si se consideran pequeñas zonas alrededor de un objeto ubicado en (x_0, y_0) (típicamente del orden del tamaño de la función ensanchamiento), una onda elemental que provenga de allí y se propague en la dirección definida por (u'_x, u'_y) , cruzará el plano transformado en el punto (u_x, u_y) dado por:

$$\left. \begin{aligned} u_x &= u'_x - g_x(x_0, y_0) \\ u_y &= u'_y - g_y(x_0, y_0) \end{aligned} \right\} \quad (IV-6)$$

como se muestra en la figura IV.2. Resumiendo pues, por efecto de las aberraciones, las frecuencias espaciales estarán desplazadas transversalmente en el plano transformado.

Sobre el plano P_2 se introduce el filtro espacial, con el propósito de modificar el contenido espectral de la señal de entrada. Se caracterizará al mismo con una función $f(u_x, u_y)$, la cual en general, será compleja. De modo que, la transmisión en amplitud a través del plano intermedio ahora será:

$$A(u_x, u_y) \cdot f(u_x, u_y)$$

Finalmente, al considerar la transición desde el plano intermedio P_2 al

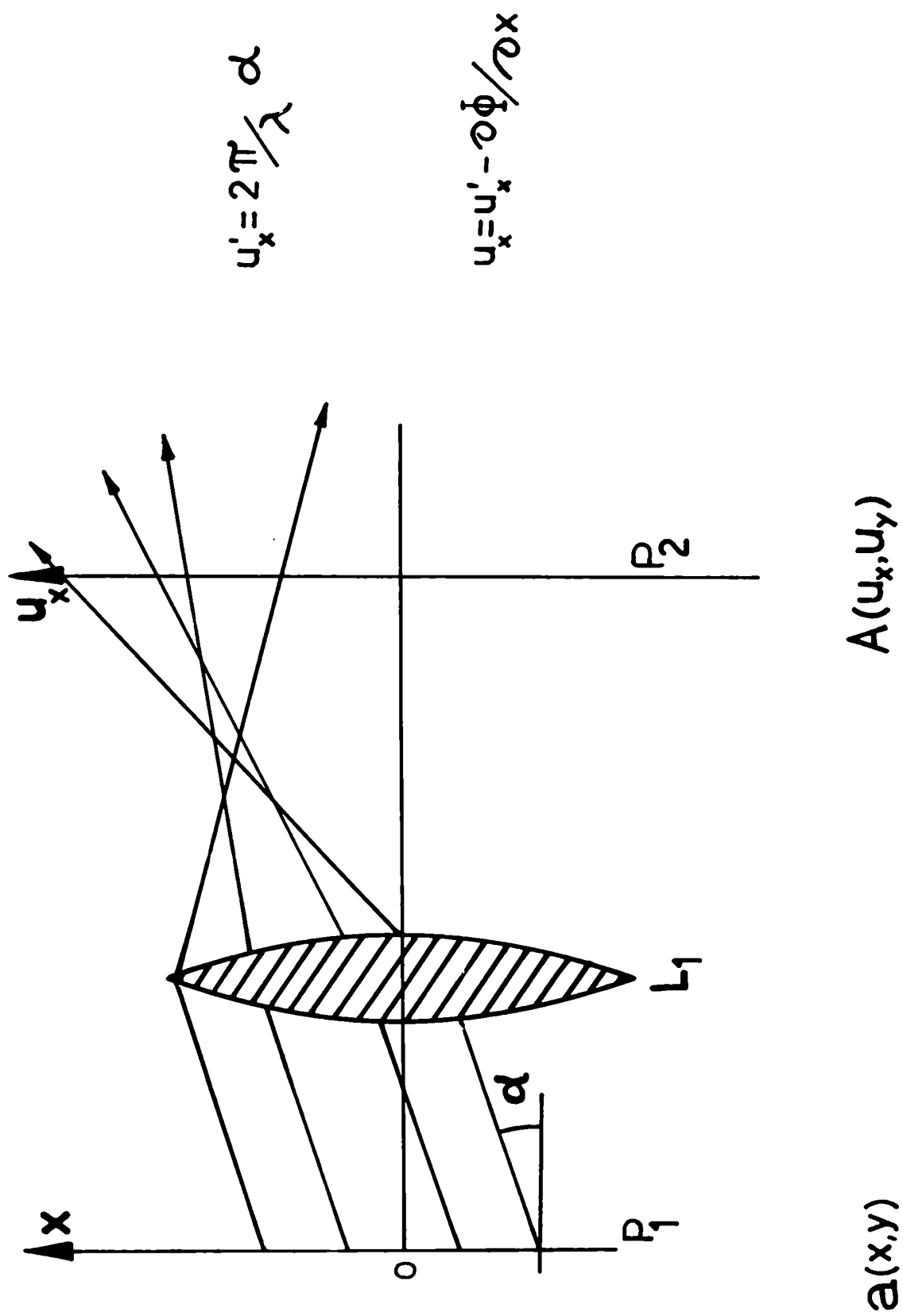


FIG. IV-2: Efecto de las aberraciones sobre las frecuencias espaciales.

plano imagen final P_3 , se debe tener en cuenta la contribución al desfase de la lente reestructora L_2 . El mismo será designado como: ϕ_2 .

Análogamente a lo hecho en (IV-3), se puede desarrollar en serie de Taylor a dicha contribución como:

$$\phi_2 = \phi_2^0 + h_x (x' - x'_0) + h_y (y' - y'_0) + \text{TERMINOS DE ORDEN SUPERIOR} \quad (IV-7)$$

y donde

$$\left. \begin{aligned} \phi_2^0 &\equiv \phi_2(x'_0, y'_0, u_x, u_y) \\ h_x &\equiv \left. \frac{\partial \phi_2}{\partial x'} \right|_{x'_0} \\ h_y &\equiv \left. \frac{\partial \phi_2}{\partial y'} \right|_{y'_0} \end{aligned} \right\} \quad (IV-8)$$

Así, la distribución luminosa sobre el plano imagen P_3 será:

$$b(x', y') = \iint_{-\infty}^{\infty} e^{-i(\phi_2^0 + \phi_2^0)} \cdot e^{i(g_x \cdot x_0 + g_y \cdot y_0 + h_x \cdot x'_0 + h_y \cdot y'_0)} \cdot A(u_x, u_y) \cdot f(u_x, u_y) \cdot \text{rect}(u_x, u_y) \cdot e^{i[(u_x - h_x) \cdot x' + (u_y - h_y) \cdot y']} \cdot du_x du_y \quad (IV-9)$$

$$\text{con} \quad \text{rect}(u_x, u_y) = \begin{cases} 1, & \text{si } |u_x| \leq u_{xc} \text{ y } |u_y| \leq u_{yc} \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

y donde (u_{xc}, u_{yc}) son las frecuencias espaciales angulares de corte.

Considérese que el proceso con que fue registrado el negativo a procesar, está caracterizado por una función de ensanchamiento incoherente " ϕ_2 ". Entonces

la transmisión de su espectro de intensidad será del tipo:

$$\Phi[I] = \Phi[I_0] \cdot T_i$$

donde " I " representa la distribución de intensidad registrada en el negativo, " T_i " es la función de transferencia incoherente, y " I_0 " es la distribución de intensidad que corresponde al caso en que $T_i = 1$.

De este negativo se pasa a su correspondiente positivo, desarrollando el proceso de manera que, la constante gamma Γ de la curva de Hurter y Driffield sea igual a 2. En estas condiciones se puede considerar que la transmisión en amplitud del positivo (iluminado coherentemente) será proporcional a " I ".

Si se exige ahora que se verifique que el camino óptico desde un punto (x, y) en el plano objeto hasta su correspondiente punto imagen (x', y') sea constante, (IV-9) puede escribirse, a menos de un término de fase constante, como:

$$b(x', y') = \iint_{-\infty}^{\infty} \Phi[I_0] \cdot T_i(x, y, u'_x, u'_y) \cdot f(u_x, u_y) \cdot \exp[i\{(u_x + g_x) \cdot x' + (u_y + g_y) \cdot y'\}] \cdot \text{rect}(u_x, u_y) \cdot du_x \cdot du_y \quad (IV-10)$$

Tomando en cuenta (IV-6), y usando el teorema de la convolución⁽³³⁾, de (IV-10) se obtiene que:

$$b(x', y') = I_0 \otimes \Phi[T_i(x, y, u'_x, u'_y) \cdot f(u'_x - g_x, u'_y - g_y) \cdot \text{rect}(u'_x - g_x, u'_y - g_y)]$$

Empleando por último el teorema integral de Fourier⁽³³⁾, se procede a definir entonces la función transferencia total ' T ' del proceso como

$$T = T_i(x, y, u'_x, u'_y) \cdot f(u'_x - g_x, u'_y - g_y) \cdot \text{rect}(u'_x - g_x, u'_y - g_y) \quad (IV.11)$$

Se observa de la expresión hallada, que la misma tiene en cuenta al proceso en forma global. Esto es así pues en (IV.11) intervienen: la manera en que está afectada la fotografía a filtrar (tenido esto en cuenta en la función T_i), el tipo de filtro a emplear (definido por $f(u'_x, u'_y)$), y las aberraciones que presentan el colimador, la lente transformadora de Fourier y la reestructora de imágenes (representadas en las derivadas: g_x y g_y dadas por (IV.4)).

Este tipo de planteo global, al describir el proceso en forma más realista permitirá el diseño de sistemas más económicos o de mayor frecuencia de corte.

IV.3 EJEMPLOS

Se aplicará ahora la teoría desarrollada a dos casos elegidos de forma que posean características bien diferenciadas y opuestas.

En primer lugar (IV-3-1), se estudiará una función ensanchamiento " \mathcal{Q}_x " que no presenta ceros. Así pues, se trabajará con una función transferencia de modulación cuya variación será relativamente suave y fundamentalmente libre de oscilaciones. Una función que responde a estas exigencias es el caso de la gaussiana (se puede traer a colación que funciones de éste tipo se emplean para representar aproximadamente, el efecto de la turbulencia atmosférica sobre la calidad de las imágenes de fotografías aéreas o astronómicas).

Contrariamente, en la sección (IV.3.2) se estudiará una función de ensanchamiento del tipo rectángulo. Este caso corresponderá a tener una función de transferencia de modulación (F.T.M.) con ceros y con cambios de signos. Es decir pues, en oposición a la anterior ésta función será fuertemente oscilante.

Se analizará el efecto de las aberraciones considerándolas de a una por vez, para mayor claridad. Por simplicidad además, se estudiará el caso unidimensional.

IV.3.1 Función de ensanchamiento gaussiana

Se puede escribir una función de ensanchamiento de este tipo como:

$$\mathcal{Q}_x = \mathcal{Q} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

(a menos de un factor multiplicativo dimensional), donde el símbolo " σ " es la

desviación standart. Así, la F.T.M. a tratar en esta sección será:

$$T_i = e^{-\frac{u^2 \sigma^2}{4}} \quad (IV-12)$$

representando: $u = 2\pi v$ la frecuencia espacial angular (denominándose a: " v " frecuencia espacial, simplemente).

IV.3.1.(a): Aberración esférica

Para errores de focalización sobre el plano transformado, tanto el sistema colimador L_0 como la lente transformadora L_1 (figura IV.1) introducirán factores del tipo:

$$e^{-i k Q_j x^4}$$

donde Q_j representa el peso de la aberración esférica aportada por la lente j -ésima, y $k = 2\pi/\lambda$ es el módulo del vector propagación de onda.

Con esto, sobre el plano de Fourier P_2 , el espectro angular se encontrará expresado por:

$$A(u) = \int_{-\infty}^{\infty} a(x) e^{-i k (Q_0 + Q_1) x^4} e^{-i u x} dx$$

Se desprende de la última fórmula que, si se exige que la transformada de Fourier se reproduzca fielmente sobre el plano que contiene al filtro, basta con elegir que:

$$Q_0 = -Q_1$$

Es decir, se demuestra que la aberración esférica introducida por la lente transformadora puede ser compensada mediante el sistema colimador. Esto es factible para cualquier tipo de filtro espacial, y es válido también para el caso de reconocimiento de caracteres.

Considérese ahora la situación en que no se compensa exactamente la aberración esférica aportada por L_0 y L_1 . Aquí entonces será:

$$\phi_0 + \phi_1 \equiv \phi_c = k x^3 \Delta$$

con:

$$\Delta \equiv Q_0 + Q_1$$

Según (IV-6) debe ser:

$$u = u' - g_x = u' - \Delta k x^3 \Delta \quad (IV-13)$$

De acuerdo a la F.T.M. dada por (IV-12), el filtro inverso debe prepararse de forma tal que quede definido como:

$$f(u) = \exp \left[\frac{\sigma^2}{2} (u' - \Delta k x^3 \Delta)^2 \right] \quad (IV-14)$$

Con (IV-12), (IV-13) y (IV-14), la F.T.M.T. dada por (IV-11) quedará

$$T(u) = \exp \left[-\frac{\sigma^2}{2} (u' - \Delta k x^3 \Delta)^2 \right] \quad (IV-15)$$

donde no se escribió un factor que no depende de las frecuencias espaciales, y con:

$$\alpha \equiv 2 k \sigma^2 \Delta \quad (\text{IV-16})$$

Para estudiar el comportamiento de la F.T.T. es útil parametrizar su expresión. Para esto, se escribirá la deformación del frente de onda para el borde del campo (punto que se designará con x_m) en términos de unidades de longitud de onda. Así resulta que:

$$x_m^4 \cdot \Delta = n \lambda \quad (\text{IV-17})$$

donde " n " es un número real.

Por otra parte, el cociente $2x_m/\lambda$ representa el número de líneas en la fotografía. Una situación relativamente desfavorable correspondería a un ensanchamiento a corregir de un diámetro del orden de 0,2 mm, con lo cual dicho cociente típicamente puede valer: 800. Asimismo, un producto que puede considerarse como un "factor de mérito" del filtrado es:

$$\sigma \cdot \nu_c \equiv m \quad (\text{IV-18})$$

donde ν_c es la frecuencia de corte. Un valor típico es $m=1,25$.

Luego, se puede escribir (IV-15) como:

$$T(\nu') = e^{-0,24 \pi \left(\frac{x}{x_m}\right)^3 \cdot \left(\frac{\nu'}{\nu_c}\right)} \cdot \text{rect}\left(2\pi \nu' - \frac{8\pi}{\lambda} x^3 \Delta\right)$$

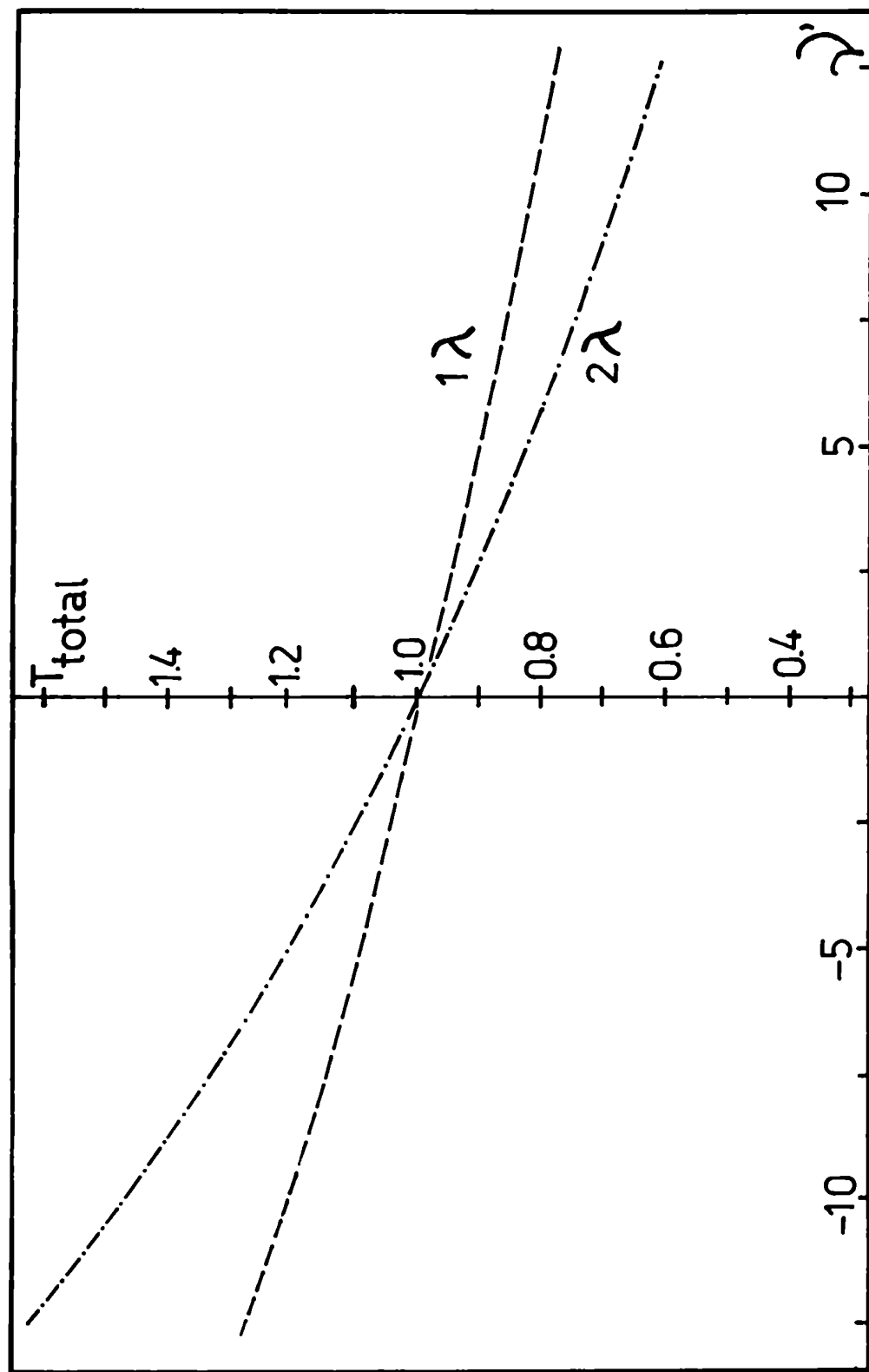


FIG.IV-3: F.T.T. vs. γ' para aberración esférica y función ensanchamiento gaussiana.

Para considerar la situación más desfavorable, se evaluó esta expresión en las cercanías del borde del campo. En la figura (IV-3) se muestra un gráfico de la misma. Obsérvese el rasgo poco común de su asimetría respecto de las frecuencias espaciales. Este efecto será analizado en particular más adelante (inciso IV.3.1(f)).

IV.3.1.(b): Coma

Llamando con "C" el coeficiente de aberración para la coma, y siendo "F" la distancia focal de la lente transformadora, la deformación del frente de onda será ahora:

$$\phi_a = C F x^3 \cdot u^3$$

Entonces, (IV-6) quedará como:

$$u = 2\pi v' (1 - 3 C F x^2) \quad (IV-19)$$

El filtro estará definido por:

$$f = e^{-\frac{\sigma^2 u'^2}{4}} e^{-\frac{3 \sigma^2 F C x^2 u'^2 (2 - 3 F C x^2)}{4}} \quad (IV-20)$$

Con (IV-19) y (IV-20), la F.T.T. dada por (IV-11) resulta aquí:

$$T(v') = e^{-\frac{3 F C (\sigma x v')^2 (2 - 3 F C x^2)}{4}} \cdot \text{rect} \left[2\pi v' (1 - 3 F C x^2) \right]$$

Puede reescribirse esta expresión en función de los parámetros definidos en el

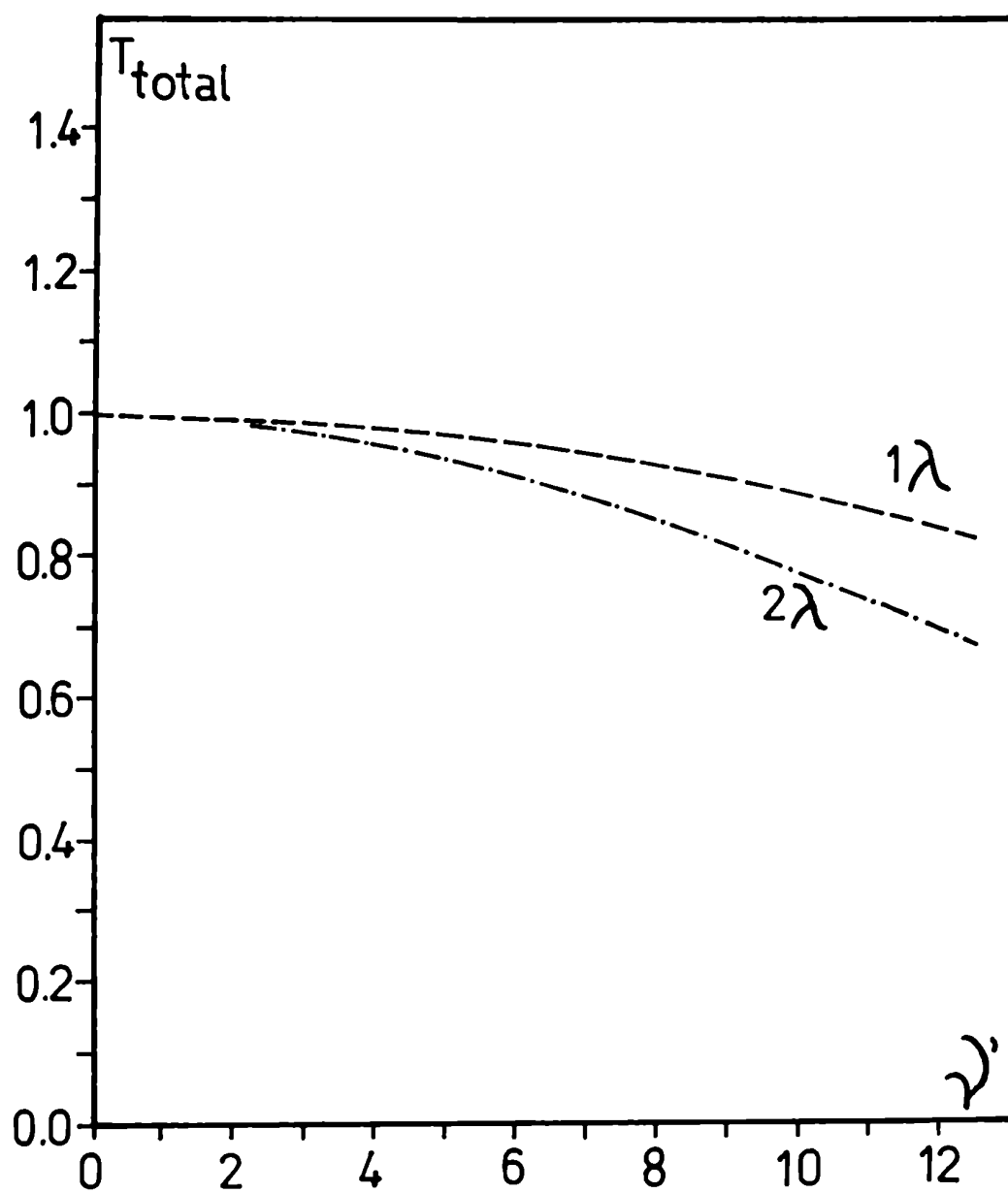


FIG.IV-4: F.T.T. vs. γ' para coma y función ensanchamiento gaussiana.

anterior inciso como:

$$T(v') = e^{-\frac{30\pi}{\lambda_m v_c} \left(\frac{\chi}{\lambda_m}\right)^2 \left[2 - \frac{3\pi}{\lambda_m v_c} \left(\frac{\chi}{\lambda_m}\right)^2\right] m^2 \left(\frac{v'}{v_c}\right)^2} \cdot \text{rect}\left[2\pi v' (1 - 3FC\chi^2)\right]$$

Se muestra un gráfico de esta función para el borde del campo en la figura IV.4. A diferencia de lo que ocurriría para aberración esférica, aquí la F.T.T. resulta ser simétrica. Obsérvese que, tanto para $\chi=1$ y $\chi=2$, decae relativamente poco en su valor. Se desprende del gráfico también, que para una misma frecuencia espacial y para las mismas condiciones de deformación del frente de onda, es más acentuado el efecto de la aberración esférica que el de la coma.

IV.3.1.(c): Desenfoque y efectos de desplazamientos laterales del filtro.

Si con "N" se representa el correspondiente coeficiente de la aberración para este caso, en este análisis unidimensional se tendrá:

$$\phi_a = k N \chi^2$$

y por ende:

$$u = u' - \frac{4\pi}{\lambda} N \cdot \chi \quad (IV-21)$$

Entonces, de (IV-11) será:

$$T(v') = e^{-\left(\frac{2\pi\sigma}{\lambda}\right)^2 N \chi \cdot v'} \cdot \text{rect}\left(2\pi v' - \frac{4\pi}{\lambda} N \chi\right)$$

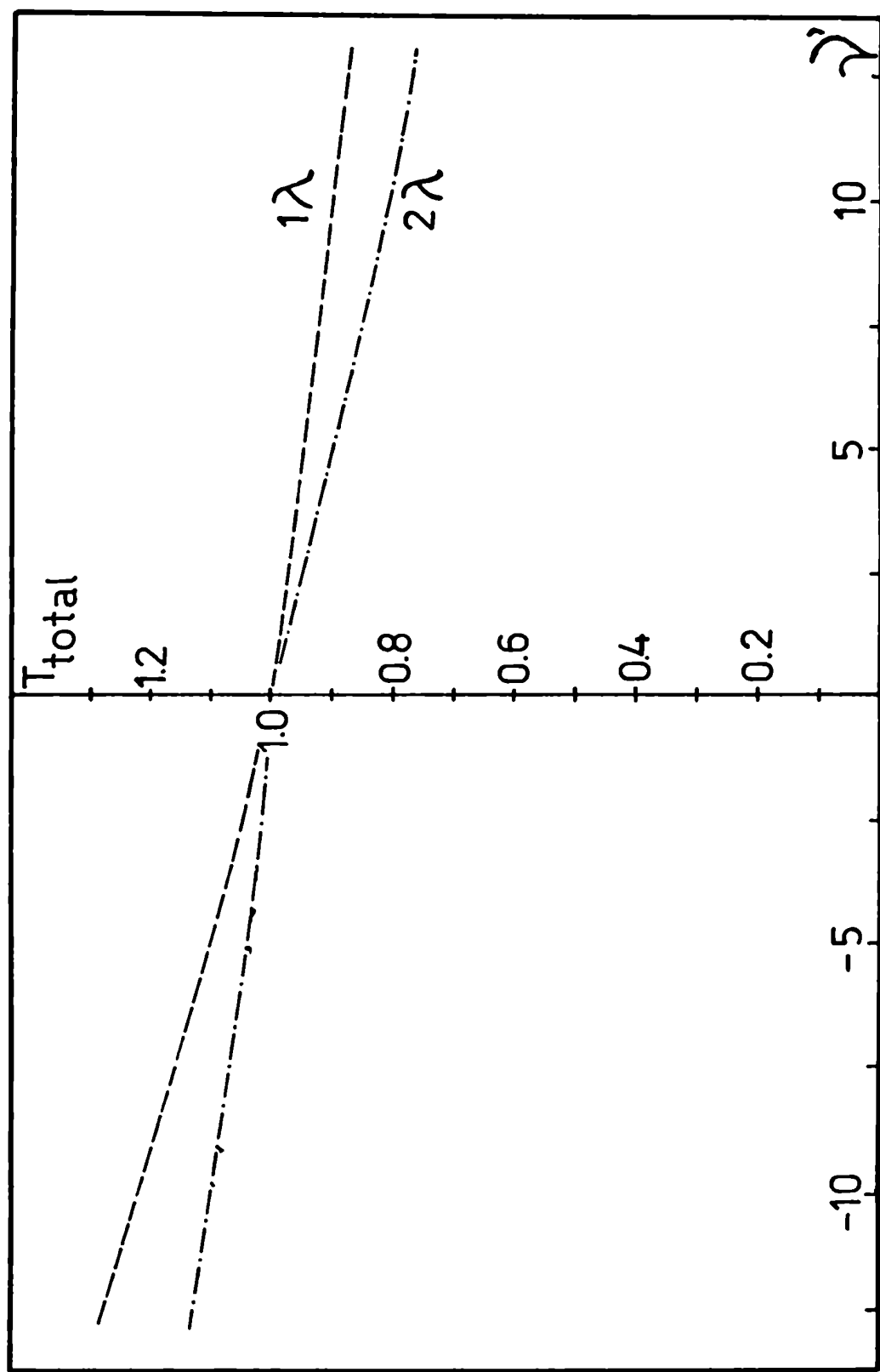


FIG. IV-5: F.T.T. vs. γ' para desenfoque y función ensanchamiento gaussiana.

para lo cual, no se incluyeron términos no dependientes de las frecuencias espaciales.

Si se parametriza esta expresión, puede ponerse que:

$$T(v') = e^{-\frac{1}{2} \pi \left(\frac{v'}{v_c} \right)^2} \exp \left[i \pi \left(\frac{v'}{2} - \frac{N}{\lambda} x \right) \right]$$

Se representa ésta función en la figura IV.5. En ella se ve que, si bien decae más lentamente que en el caso de coma, presenta la desventaja respecto de esta última, en que la F.T.T. para el desenfoque es asimétrica. No obstante, su asimetría es menos notoria que la correspondiente a la aberración esférica.

Otro hecho interesante de notar aquí, es el efecto que produce un desplazamiento lateral del filtro en el plano que lo contiene. Si se supone que la lente transformadora está libre de aberraciones, al desplazar lateralmente el filtro respecto a su ubicación ideal en el plano V_z , se introducirá un corrimiento lineal con la posición del objeto en las frecuencias espaciales. Es decir, si " λ " es la frecuencia y " x " el punto por donde la onda: $\frac{2\pi i x}{\lambda}$ cruza el plano transformado, ambas magnitudes se relacionarán como:

$$\lambda = \lambda_0 + cte. x \quad (IV-22)$$

donde: "cte" es una constante dimensional. Pero (IV-22) es del mismo tipo que la relación entre " λ " y " λ_0 " para desenfoque, dada por (IV-21). La conclusión de esto es que, un posicionado incorrecto del filtro espacial en su plano, es equivalente en sus consecuencias sobre la imagen, a un problema de desenfoque en el borde del campo.

IV.3.1.(d): Astigmatismo

La deformación del frente de onda aquí será:

$$\phi_s \propto (F \times \omega')^2$$

con lo cual, según el procedimiento anterior, la F.T.T. valdrá en este caso:

$$T(\nu') = \exp \left[-0.05 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot \nu' \cdot (1 - 0.16 \cdot 10^{-4} \cdot \nu') \right] \cdot \exp \left[-2\pi \nu' (1 - 2.8 F^2 6 \nu') \right]$$

Para $m=1,25$ y en el borde del campo, se grafica esta expresión en la figura

IV.6. Si bien presenta asimetría, para un rango relativamente apreciable de frecuencias, su valor es cercano a la unidad (valor que corresponde al caso ideal). Además, es la que decae más lentamente (para los valores típicos adoptados) de las F.T.T. consideradas hasta ahora.

IV.3.1.(e): Distorsión

Si " ϵ " representa el correspondiente coeficiente de peso, será:

$$\phi_d = \frac{2 \pi \epsilon \times \omega'^3}{\lambda}$$

Entonces, aquí se tendrá que:

$$\omega = \omega' \left(1 - \frac{2 \pi \epsilon}{\lambda} \omega' \right)$$

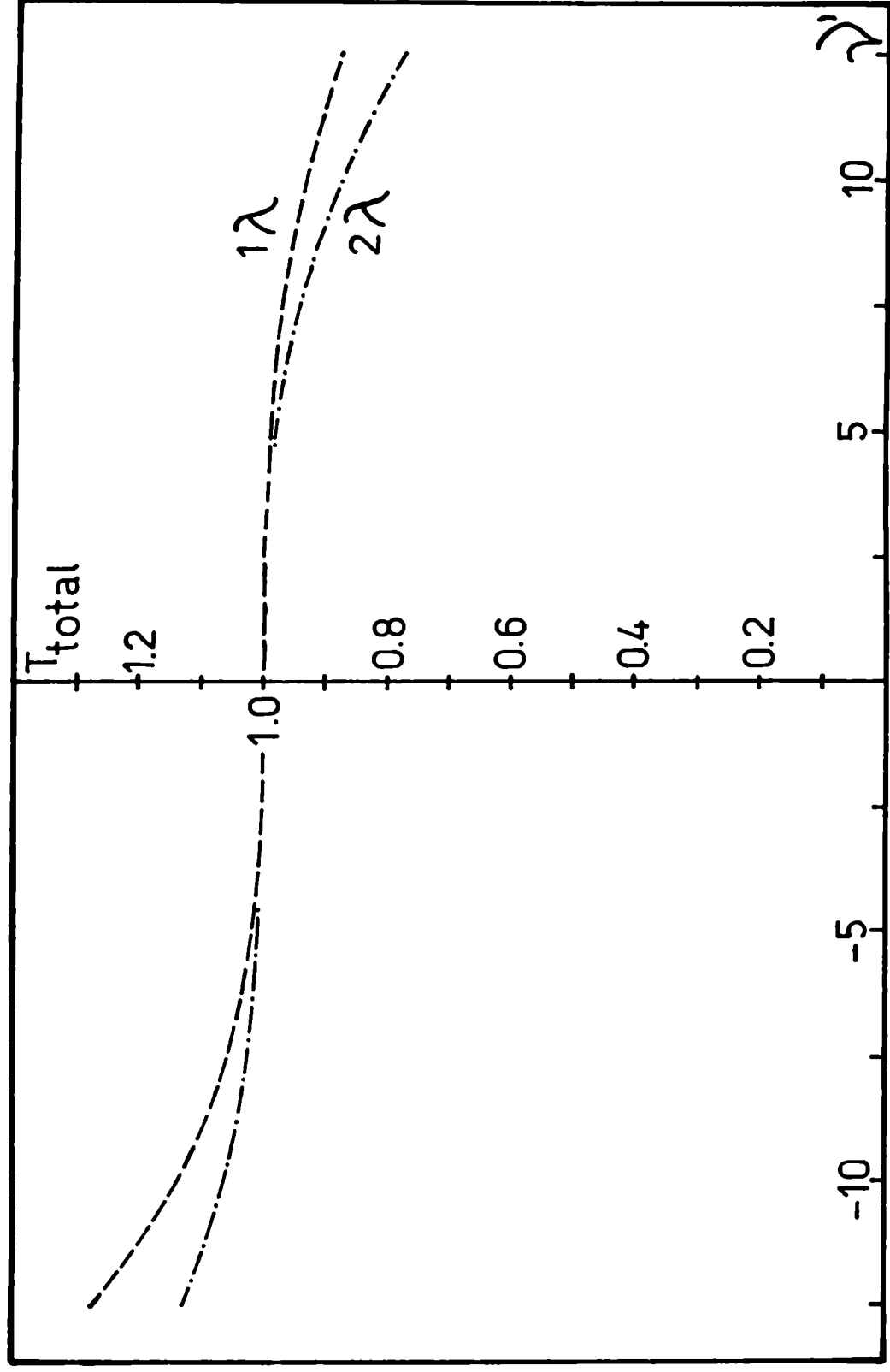


FIG.IV-6: F.T.T. vs. γ' para astigmatismo y función ensanchamiento gaussiana.

Luego en este caso, " ω " no depende de la posición del objeto. En consecuencia, puede prepararse al filtro espacial inverso de forma tal que, en lugar de tener una dependencia funcional del tipo: $f(\omega - \omega_0)$, la tenga de la forma: $f(\omega)$. Se podrá lograr así que:

$$T_{\omega}(\omega) \cdot f(\omega) = 1$$

Se llega a la conclusión que: si se prepara el filtro con estas características, no tendrá efectos la distorsión.

IV.3.1.(f): Distribución de la intensidad en la imagen final.

En los anteriores incisos, se calculó la F.T.T. para diversos tipos de aberraciones. Se encontró que en algunos casos, dicha función podía presentar asimetría. Esto hace que no sea tan directa en esos casos, la evaluación de las consecuencias que tienen las aberraciones sobre la calidad de la imagen.

Lo que ocurre físicamente en esta situación es que, la contribución proporcionada por una onda de frecuencia espacial angular " ω " para la reconstrucción de la imagen, será distinta de la contribución de la correspondiente onda simétrica (caracterizada por: " $-\omega$ "). Para analizar la importancia de este efecto, se estudiará la intensidad $I(x')$ resultante en el plano imagen, utilizando valores de las F.T.T. asimétricas y para dos objetos típicos.

En primer término, se considera un objeto, del tipo de una red de transmisión sinusoidal, definida como:

$$a(x) = 1 + \cos(\omega x)$$

Según se vio en la sección 11.1.3, la amplitud en el plano imagen será (a menos de constantes):

$$b(x') \propto 1 + T(u'). \cos(u'x') \quad (IV-23)$$

Pero, en virtud de la asimetría mencionada, debe en realidad expresarse a (IV-23) como:

$$b(x') = 1 + \frac{T^+ \cdot e^{iu'x'} + T^- \cdot e^{-iu'x'}}{2} \quad (IV-24)$$

donde: T^+ es el valor de la F.T.T. para la onda plana con frecuencia " u' ", y T^- es el valor para la frecuencia " $-u'$ ". Físicamente esto representa que ambas ondas tendrán distinto peso en su contribución a la reconstrucción de la imagen.

Si se denota con:

$$\Delta^+ = T^+ + T^- , \quad \Delta^- = T^+ - T^-$$

la expresión (IV-24) quedará:

$$b(x') = 1 + \frac{\Delta^+}{2} \cdot \cos(u'x') + i \frac{\Delta^-}{2} \cdot \sin(u'x')$$

Luego, será:

$$\begin{aligned} I(x') = b(x') \cdot b^*(x') &= 1 + \Delta^+ \cdot \cos(u'x') + \left(\frac{\Delta^+}{2}\right)^2 \cdot \cos^2(u'x') + \\ &+ \left(\frac{\Delta^-}{2}\right)^2 \cdot \sin^2(u'x') \end{aligned} \quad (IV-25)$$

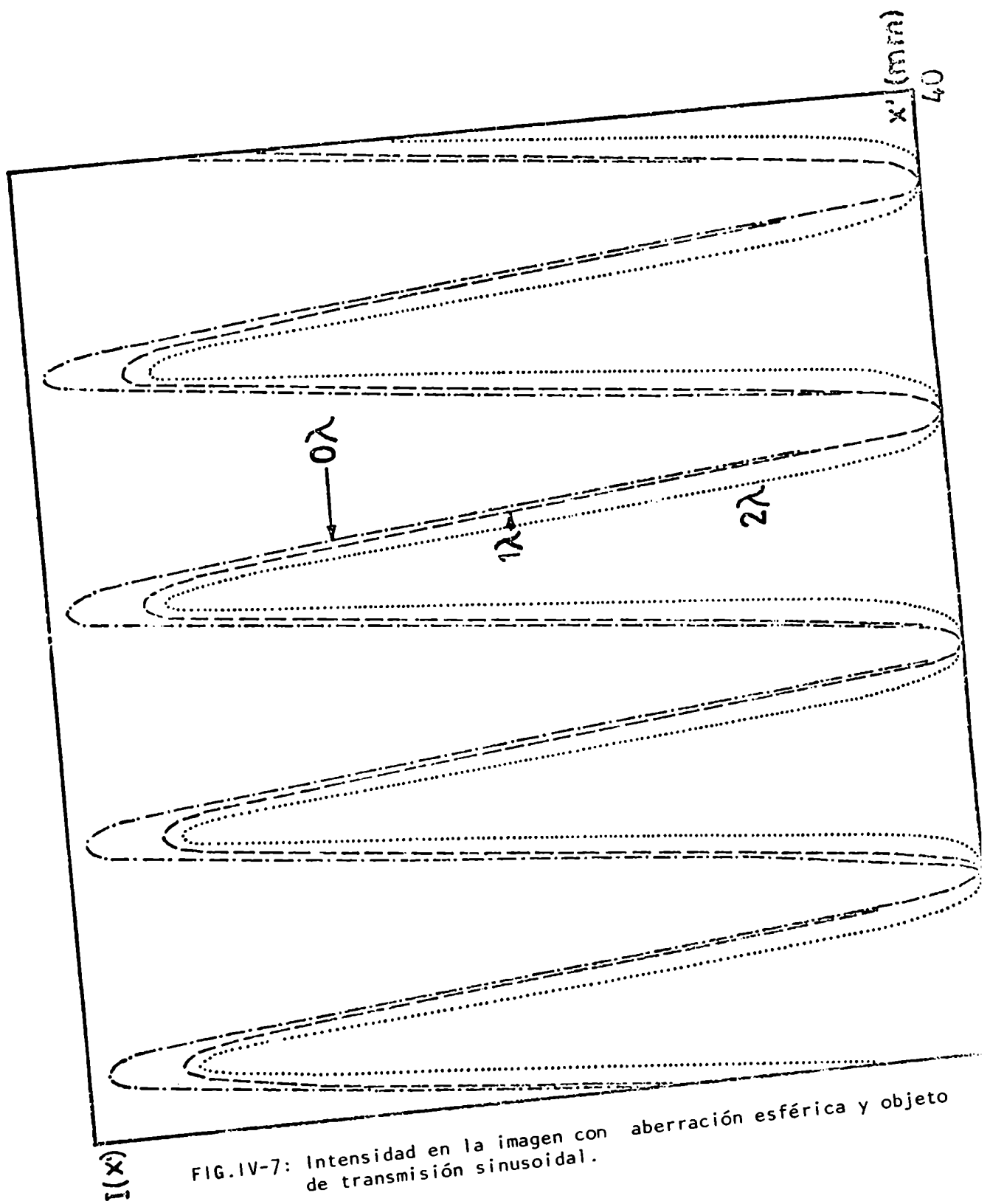


FIG.IV-7: Intensidad en la imagen con aberración esférica y objeto de transmisión sinusoidal.

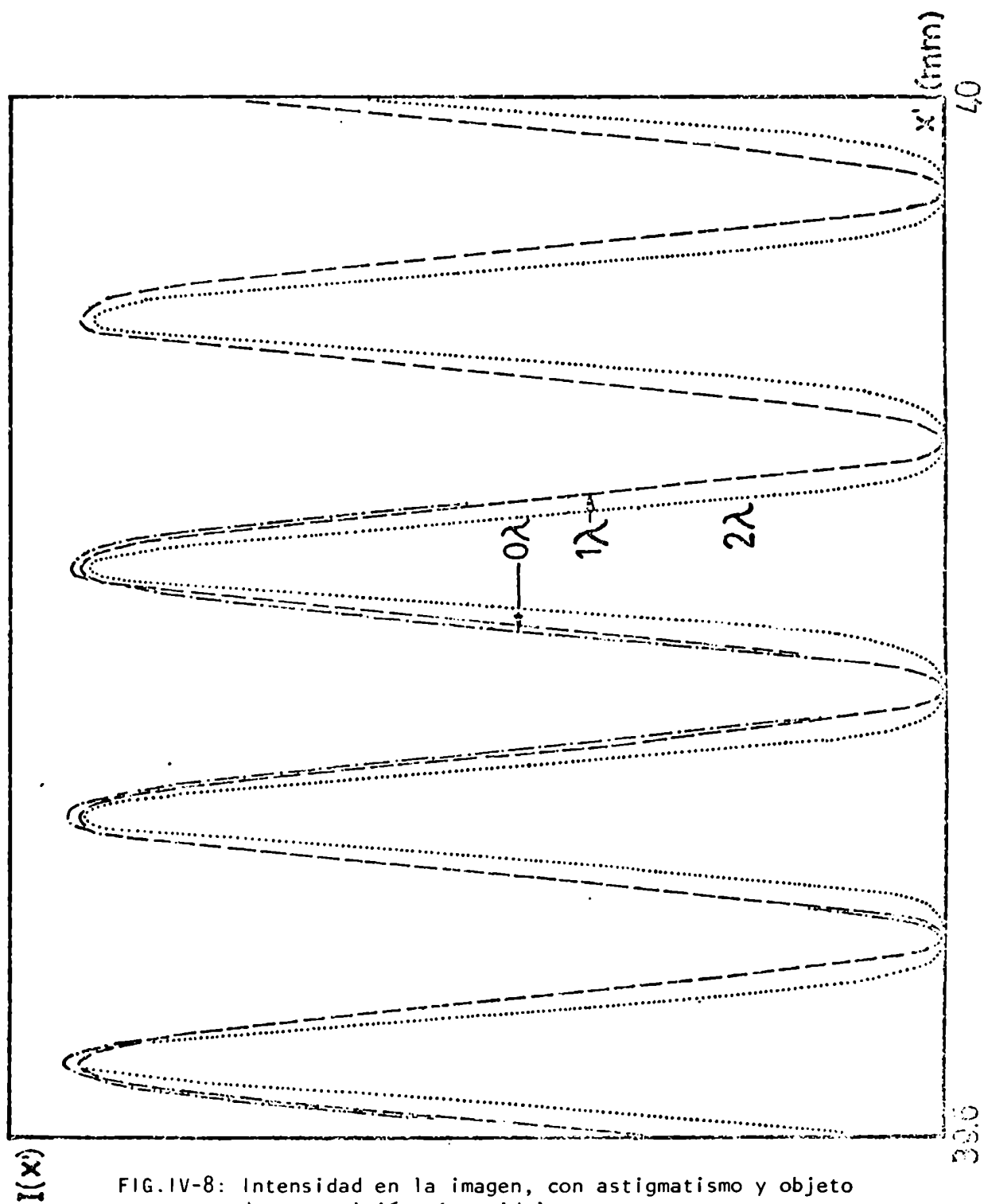


FIG.IV-8: Intensidad en la imagen, con astigmatismo y objeto de transmisión sinusoidal.

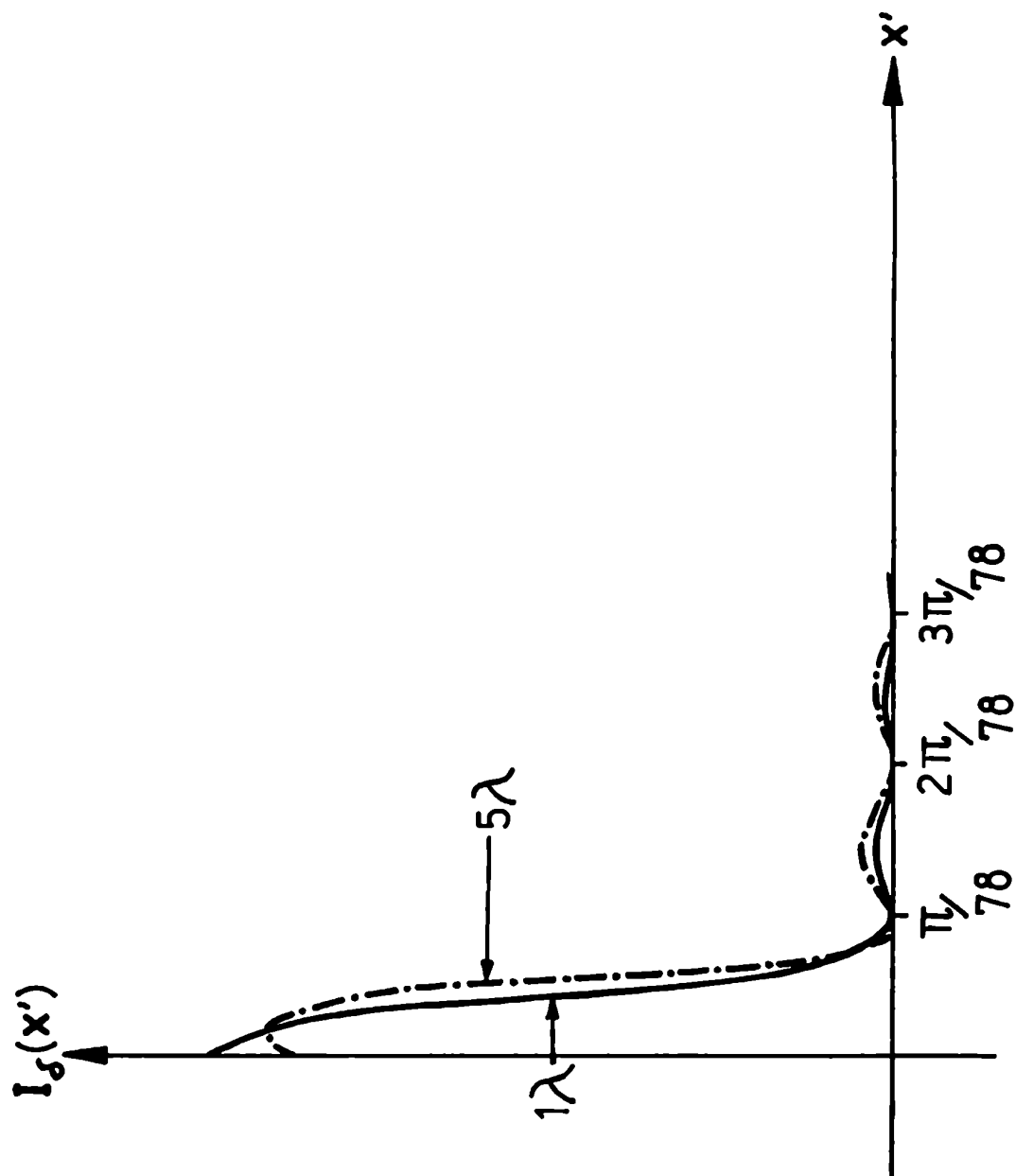


FIG.IV-9: Intensidad en la imagen con aberración esférica y para un objeto puntual.

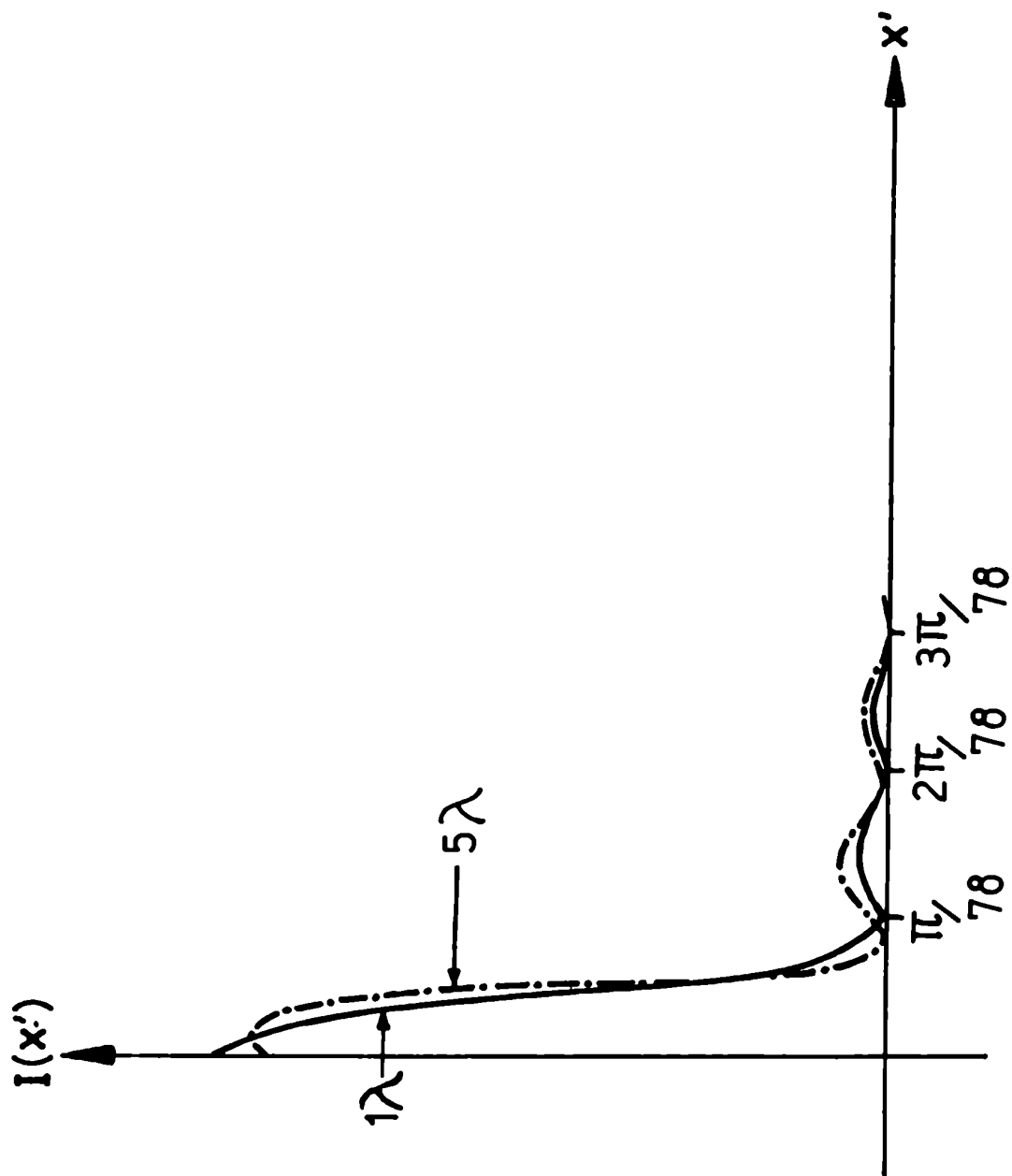


FIG.IV-10: Intensidad en la imagen con desenfoque y para un objeto puntual.

En las figuras IV-7 y IV-8, se representa la función (IV-25) para los casos de aberración esférica y astigmatismo (para $\kappa=1$ y 2). En estos gráficos se evaluó T^+ y T^- en: $\pm \nu_c$ (frecuencia de corte), y para el borde del campo imagen. Se comparan las curvas con el caso ideal ($\kappa=0$) en que por supuesto, es $T^+ = T^- = 1$. No se observa en los mismos un deterioro apreciable sobre la imagen. Es importante también señalar, que no aparecen efectos del tipo doblado de frecuencias.

Se presenta en las figuras IV-9 y IV-10 la distribución de intensidad en la imagen, para la situación de un objeto puntual ubicado en el plano de entrada en el punto x_0 (es decir, cuya amplitud es: $a(x) = \delta(x - x_0)$, a menos de constantes). La primera de las mismas corresponde a la presencia de aberración esférica y la segunda a desenfoque. En ambas, a pesar de permitirse algunas longitudes de onda como diferencia de camino óptico, no representan situaciones demasiado desfavorables.

IV.3.2 Función de ensanchamiento del tipo rectángulo.

Se tomará una función de ensanchamiento " x_i " dada por:

$$x_i = \text{rect}(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } |x| \leq x_c. \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Luego, la correspondiente T_i estará dada por:

$$T_i(x') = 2x_c \frac{\text{sen}(x'x_c)}{x'x_c}$$

El filtro de deconvolución deberá pues prepararse con una transmisión del tipo:

$$f(u) = \frac{u' - g_x}{2 \cdot \text{sen}[(u' - g_x) \cdot x_c]}$$

donde g_x está dado por la expresión (IV-4). Entonces, la F.T.T. definida por (IV-11) adoptará la forma:

$$T(u') = \frac{(u' - g_x)}{u'} \cdot \frac{\text{sen}(u' x_c)}{\text{sen}[(u' - g_x) \cdot x_c]} \cdot \text{rect}_g(u' - g_x) \quad (\text{IV-26})$$

Repitiendo el procedimiento que se usó para los distintos casos en la sección IV-3.1, se evaluó (IV-26). Las figuras IV-11, IV-12, IV-13 y IV-14 corresponden a aberración esférica, coma, astigmatismo y desenfoque, respectivamente. El eje de las abscisas se parametrizó en términos de la frecuencia de corte. En estos gráficos se puede observar que existen ciertos valores en las frecuencias que no pueden recuperarse totalmente mediante el filtrado (corresponde a los valores en que la F.T.T. diverge). Nuevamente, la aberración que mayor efecto produce es la aberración esférica. Para el astigmatismo, se ve que (excepto como es lógico en las cercanías de los puntos de discontinuidad) su valor se mantiene constante y cercano al de la situación ideal en un muy amplio rango (se tomó los mismos parámetros que en la sección IV.3.1, esto es, un ensanchamiento a corregir de un diámetro del orden de 0,2 mm y un factor de mérito $\mathcal{N}_c = 1,25$).

Del análisis pues de las F.T.T. calculadas y sus correspondientes gráficos se obtiene la conclusión de que, para objetos más grandes o fotografías más severamente borrosas, dichas funciones caen más rápidamente, para una misma

cantidad de aberración y para un dado factor de mérito en el filtrado. Esto se puede explicar basándose en el hecho que, a un mayor ensanchamiento de la función " \mathcal{Q}_λ ", tiende a reducirse su correspondiente espectro. Luego, los desplazamientos en las frecuencias debidos a las aberraciones serán más notorios, decayendo entonces más rápido las correspondientes F.T.T.

Otro hecho que se desprende del análisis aquí desarrollado es que resulta posible admitir algunas pocas longitudes de onda de diferencias de camino óptico, provocada por la presencia de aberraciones. Esta conclusión se basa en que los detalles finos corresponden a valores de frecuencias espaciales altas. Luego, la contribución en el espectro de la imagen de las frecuencias grandes beneficiará la definición de la misma, y según puede observarse en los gráficos presentados, aún admitiendo algunas λ de diferencia de camino óptico, las F.T.T. no decaían demasiado.

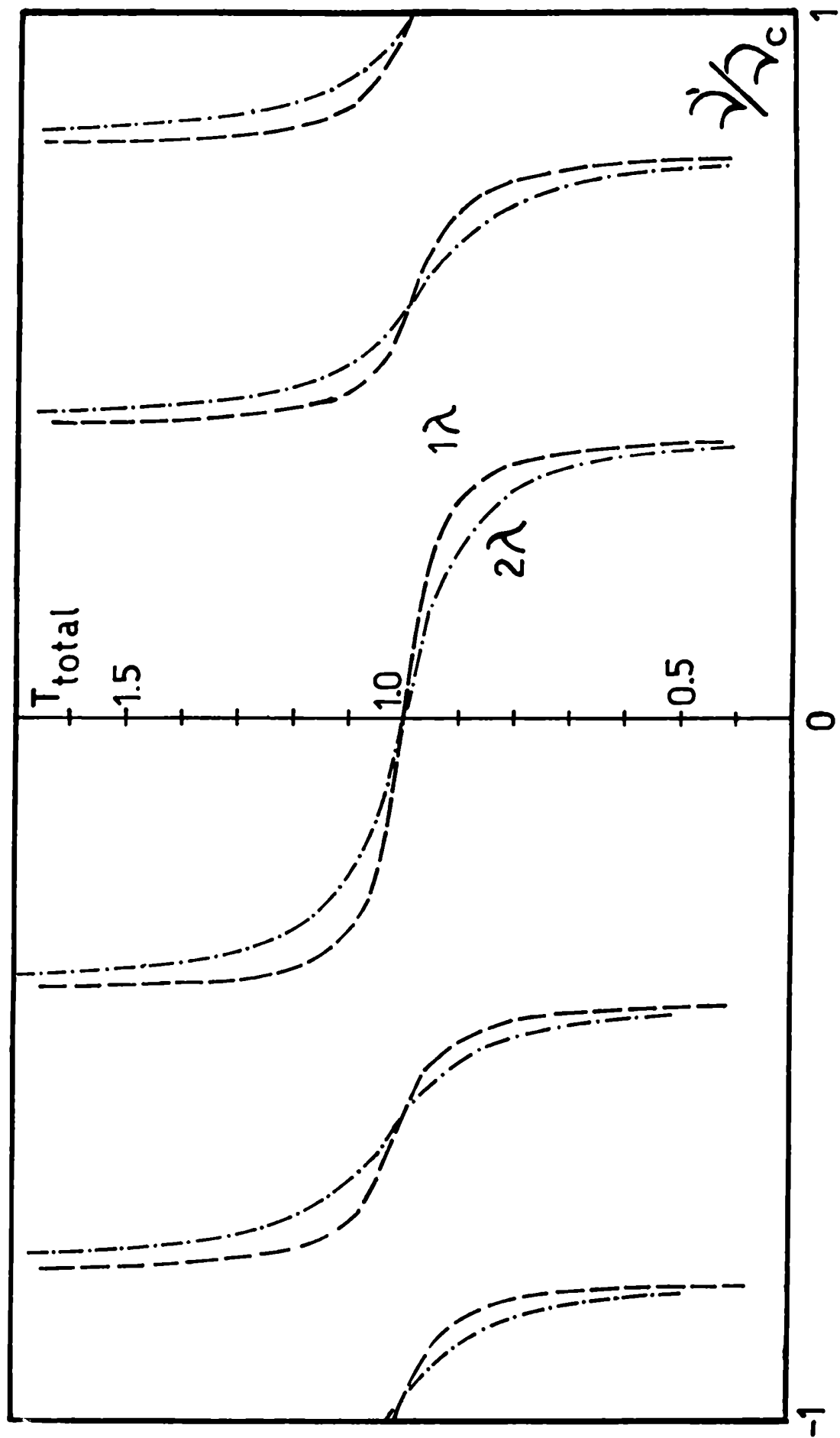


FIG. IV-11: F.T.T. vs. λ/λ_c para aberración esférica y función ensanchamiento tipo rect.

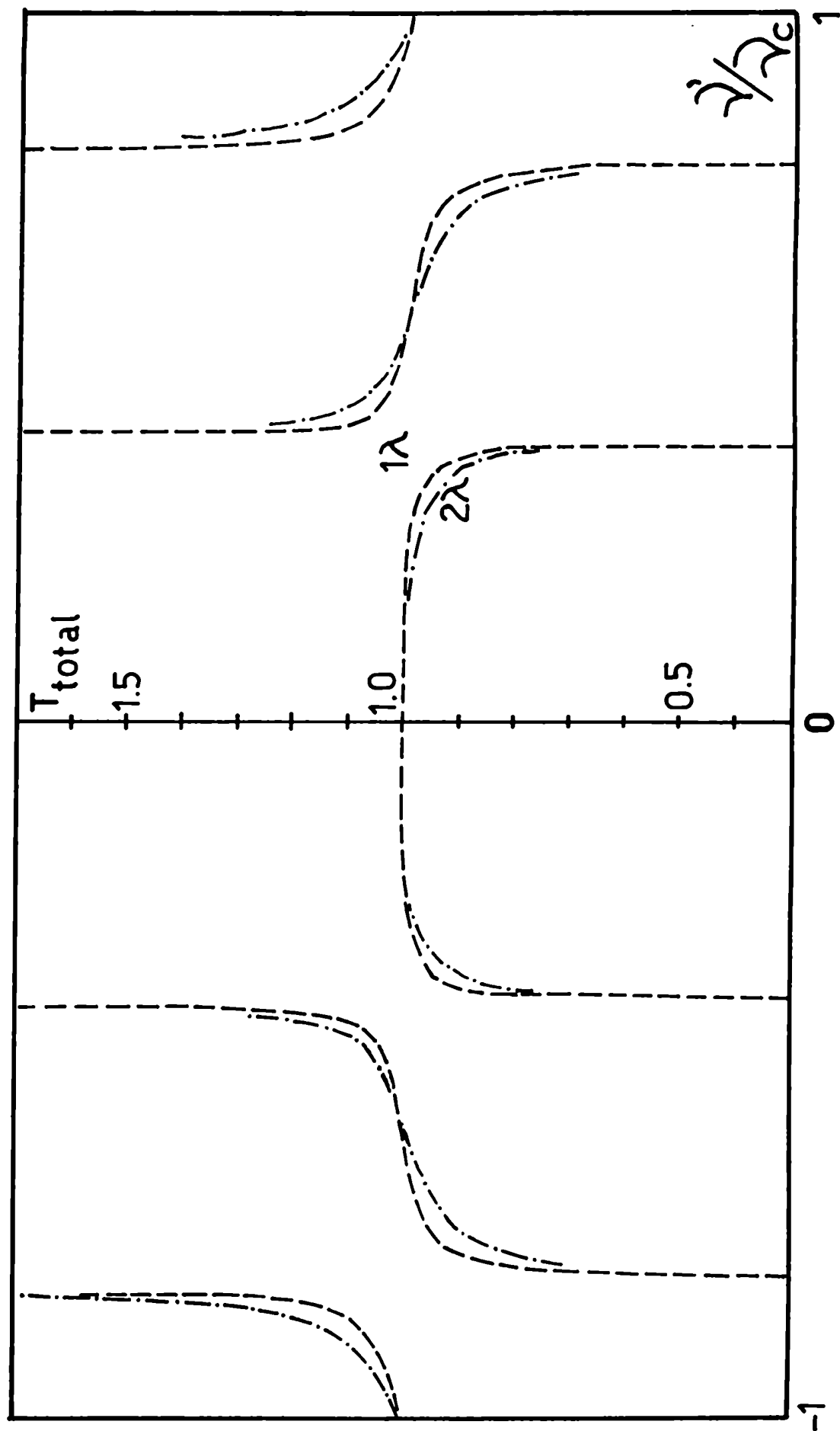


FIG. IV-12: F.T.T. vs. λ/λ_c para coma y función ensanchamiento tipo rect.

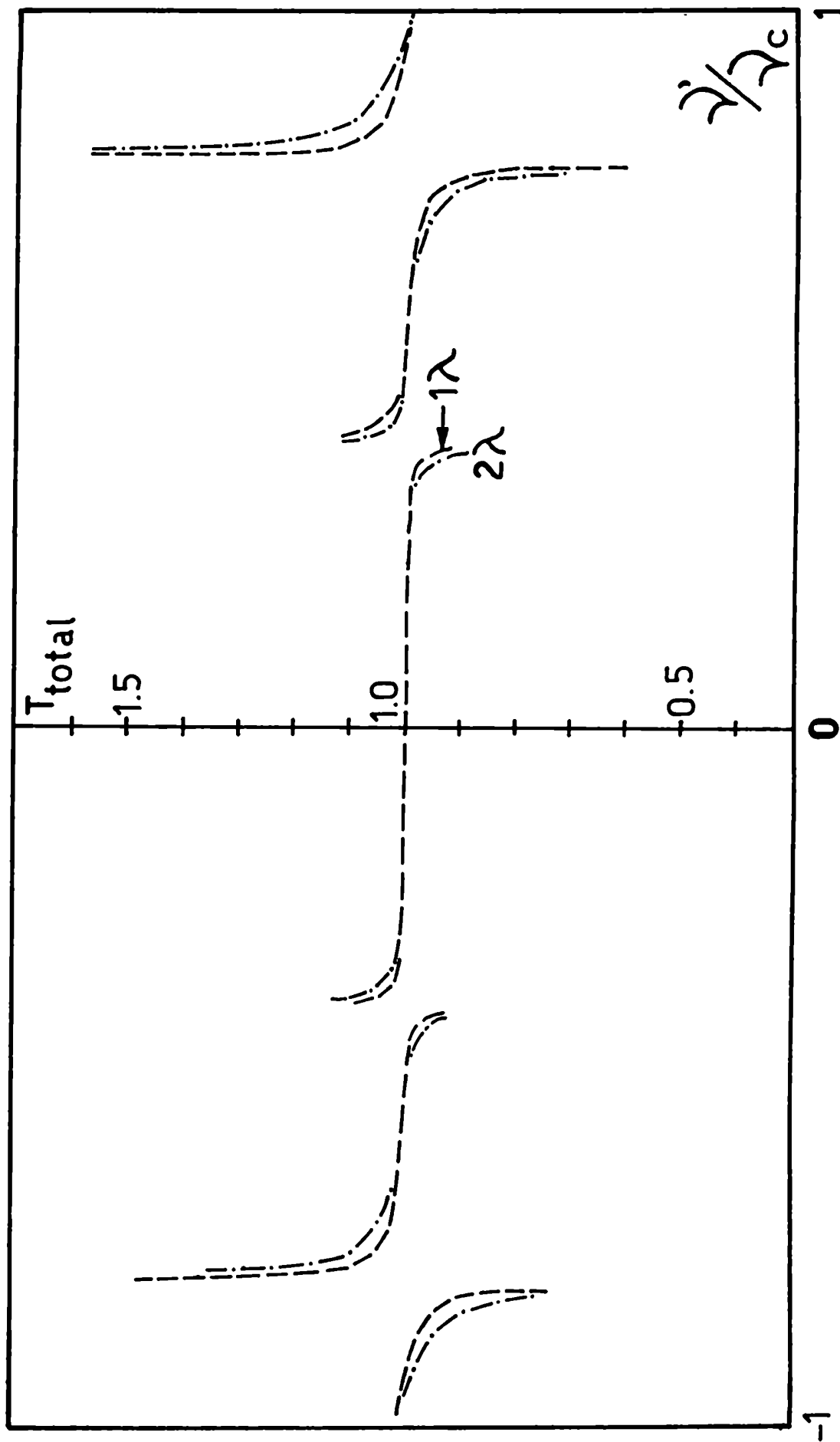


FIG. IV-13: F.T.T. vs. γ' para astigmatismo y función ensanchamiento tipo rect.

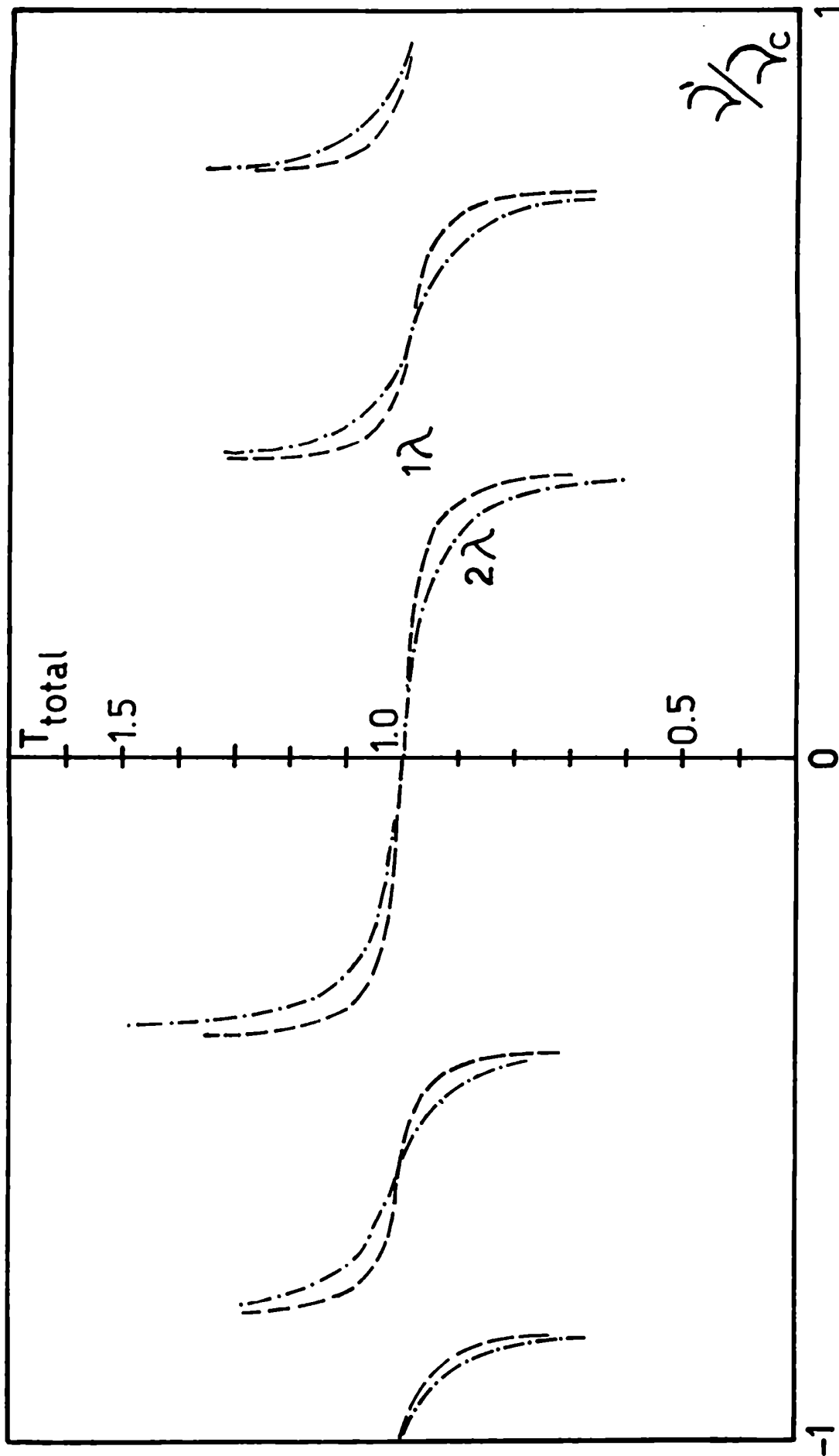


FIG. IV-14: F.T.T. vs. ν' para desenfoque y función ensanchamiento tipo rect.

CAPITULO V

RELACION ENTRE ERRORES DE ENFOQUE

Y DE FASE EN EL PLANO TRANSFORMADO

En los capítulos anteriores se analizaron las influencias de las aberraciones en el sistema procesador. Se estudiaron los errores de focalización y los de fase sobre el plano transformado, obteniéndose límites de tolerancia al respecto.

Sin embargo, estas aberraciones que fueron tratadas individualmente, no son en realidad independientes entre sí. El hecho de que estén ligadas de alguna manera, adquiere importancia en el momento en que se las quiere compensar con adecuadas aberraciones introducidas en la lente reestructora de imágenes y en el sistema colimador.

Para encontrar entonces las mencionadas vinculaciones, se procederá de la siguiente manera. Considérese el sistema óptico de la figura V-1 (a). Se dibujó sólo una superficie refractora por simplicidad. Las conclusiones a que se arribe serán de carácter general por cuanto los efectos de las aberraciones de tercer orden son aditivos. De modo que, si se consideran varias superficies, sólo variarán los coeficientes de las aberraciones pero no sus dependencias funcionales.

Sea pues Σ el frente de onda emergente de la superficie refractante de radio R , y sea Σ_λ la correspondiente superficie esférica de referencia (que representa el frente de onda ideal). El frente de onda en cuestión se originó en el punto axial P , y convergería idealmente al punto axial P' . Si se designa con L la función diferencia de camino óptico, resulta ser por definición:

$$L(\rho) = \left(n |PP_1| + n' |P_1P'| \right) - \left(n |PV| + n' |VP'| \right) \quad (V-1)$$

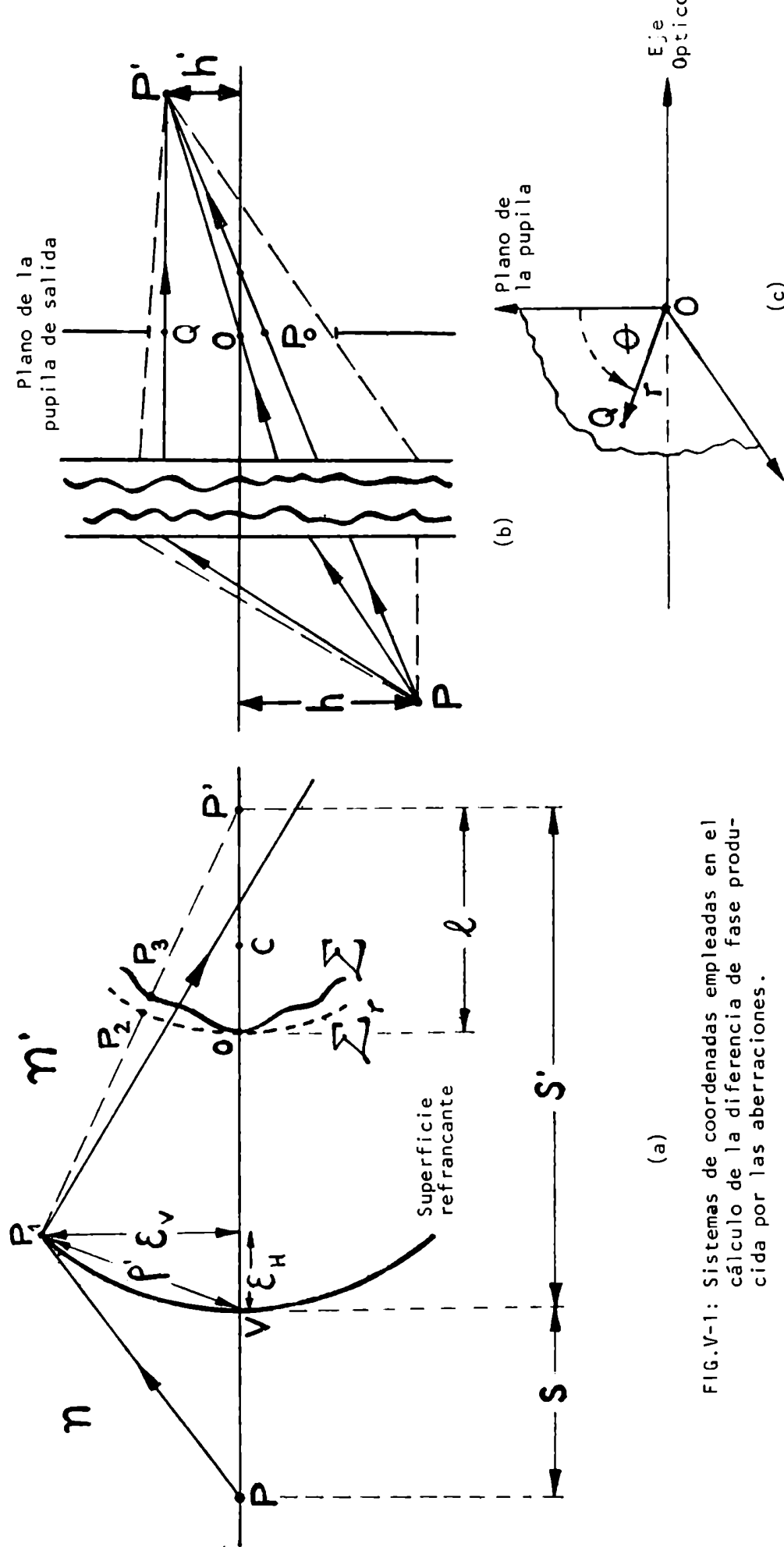


FIG.V-1: Sistemas de coordenadas empleadas en el cálculo de la diferencia de fase producida por las aberraciones.

De la figura V-1 (a), se obtiene que

$$P P_1 = \sqrt{(S + E_H)^2 + E_V^2} \quad (V-2)$$

$$y \quad R = \sqrt{(R - E_H)^2 + E_V^2} \quad (V-3)$$

Dado que: $\rho' = \sqrt{E_H^2 + E_V^2}$, se (V-3) se llega a:

$$E_H = \frac{\rho'^2}{2R} \quad (V-4)$$

Reemplazando (V-4) en (V-2), y empleando un desarrollo en serie del tipo:

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + O(x^3)$$

resulta

$$|P P_1| = |S| \left\{ 1 + \frac{\rho'^2}{2|S|} \left(\frac{1}{|S|} + \frac{1}{R} \right) - \frac{\rho'^4}{8S^2} \left(\frac{1}{|S|} + \frac{1}{R} \right)^2 + O(\rho'^6) \right\} \quad (V-5)$$

De la figura V-1 (a), también surge que:

$$|P_1 P'| = \sqrt{(S' - E_H)^2 + E_V^2}$$

Procediendo de igual manera a la anterior, se obtiene una expresión análoga a la (V-5) para $|P_1 P'|$. Luego, con ambas en (V-1), se obtiene:

$$L(\rho') = -\frac{1}{8} \left\{ \frac{n}{s^2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{s} \right)^2 + \frac{n'}{s'^2} \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{R} \right)^2 \right\} \cdot \rho'^4 \quad (V-6)$$

Si se denomina: $\rho = \overline{OP_2}$, y puesto que: $\rho' = \rho \frac{s}{s'}$ (ver figura V-1 (a)), se podrá escribir que:

$$L(\rho) = L_0 \cdot \rho^4 \quad (V-7)$$

donde L_0 es un coeficiente que tiene en cuenta los tipos de superficies consideradas. Luego, la relación (V-7) es válida (adecuando el valor de L_0) para el caso en que se considere una ó varias lentes sucesivas.

En general, no resulta útil conocer la diferencia de camino óptico sobre las superficies refractantes. Es más natural referirla al plano de la pupila de salida. Luego, considérese que la misma cruza al eje óptico en el punto "o" de la figura V-1 (a). Si se considera ahora al punto P fuera del eje (digamos, en el borde del campo), la coordenada ρ se debe medir a partir de la línea $\overline{P'OP'}$ que corresponde a la trayectoria de un rayo de luz no desviado (ver figura V-1 (b)). Es más conveniente entonces, referir todo al rayo principal (rayo que atraviesa la pupila por su punto central "o"). En estas condiciones, (V-7) resulta ser ahora:

$$L(\rho) = L_0 \left(\rho^4 - (\overline{OP_0})^4 \right) \quad (V-8)$$

De la figura V-1 (c), se ve que:

$$\rho^2 = (\overline{OP_0})^2 + n^2 + 2n \cdot \overline{OP_0} \cdot \cos \Theta \quad (V-9)$$

Entonces, con (V-9) en (V-8), y agrupando convenientemente, se llega a que la diferencia de fase entre los puntos P y P' es:

$$\Delta \phi = k Q x'' + k C x'' \cos \theta h + k H x'' h^2 + k G x'' \cos^2 \theta h^2 + k F x'' \cos^3 \theta h^3 + k W h^4 \quad (V-10)$$

donde los términos corresponden a la aberración esférica, coma, curvatura de campo, astigmatismo, distorsión y un término de fase, respectivamente. La última ecuación, y las siguientes consideraciones físicas, permitirán hallar las buscadas vinculaciones entre las aberraciones.

Sea un frente de onda que parte del plano P_1 , y se focaliza sobre el plano transformado P_2 (figura V-2 (a)). Si con el subíndice "j" se denotan las coordenadas vinculadas con el plano P_j ($j=1,2$), de acuerdo a la expresión (V-10) desarrollada, los correspondientes errores de focalización sobre el plano transformado serán:

aberración esférica, proporcional a:	x_1^4	
coma, proporcional a:	$x_1^3 \cdot \cos \theta \cdot x_2$	(V-11)
curvatura de campo, proporcional a:	$x_1^2 \cdot x_2^2$	
astigmatismo, proporcional a:	$x_1^2 \cdot \cos^2 \theta \cdot x_2^2$	
distorsión, proporcional a:	$x_1 \cdot \cos \theta \cdot x_2^3$	
término de fase, proporcional a:	x_2^4	

Sea ahora un punto emisor en P_1 , el cual genera un frente de onda que, luego de atravesar la lente L_1 se dirige hacia P_2 (figura V-2 (b)). Debido a

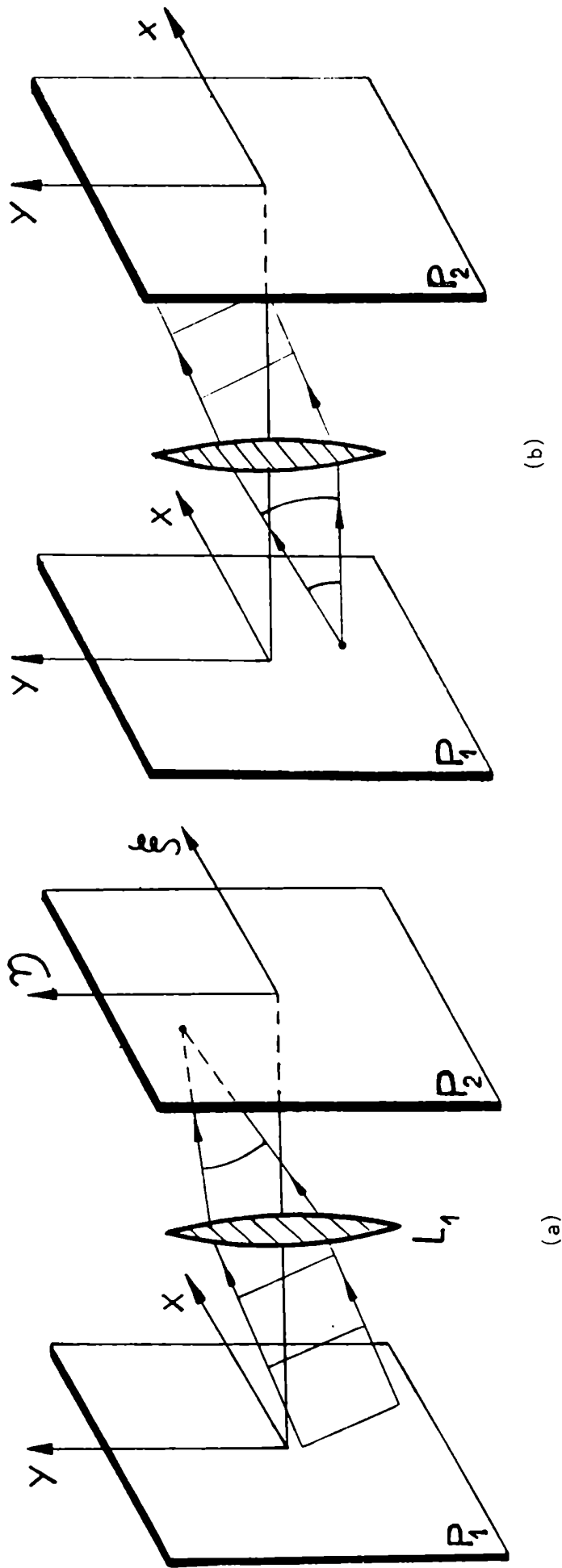


FIG.V-2: Figuras auxiliares para el estudio de las relaciones entre los errores de fase y los de focalización sobre el plano transformado.

las aberraciones de dicha lente, se originarán errores de fase sobre el plano \mathcal{P}_2 . Pero, la situación física representada en V-2 (b) es equivalente a pensar que: un frente de onda parte del plano \mathcal{P}_2 , y luego de atravesar la lente se focaliza en el plano \mathcal{P}_1 . En dicho caso, los correspondientes errores de nitidez (ahora sobre \mathcal{P}_1) serán:

$$\begin{array}{ll}
 \text{aberración esférica, proporcional a: } & \kappa_2^4 \\
 \text{coma, } & \text{proporcional a: } \kappa_2^3 \cdot \cos \theta \cdot \kappa_1 \\
 \text{curvatura de campo, proporcional a: } & \kappa_2^2 \cdot \kappa_1^2 \\
 \text{astigmatismo, } & \text{proporcional a: } \kappa_2^2 \cdot \cos^2 \theta \cdot \kappa_1^2 \\
 \text{distorsión, } & \text{proporcional a: } \kappa_2 \cdot \cos \theta \cdot \kappa_1^3 \\
 \text{término de fase, } & \text{proporcional a: } \kappa_1^4
 \end{array} \tag{V-12}$$

Comparando finalmente (V-12) con (V-11) se deduce lo siguiente.

La aberración del tipo coma en el error de focalización sobre el plano transformado de Fourier, está relacionada con la distorsión en los errores de fase en el mismo plano. A su vez, la distorsión en los problemas de nitidez se vincula con la coma que aparece en los errores de fase, siempre para el plano transformado.

Respecto al astigmatismo, tanto el que se presenta en la focalización sobre \mathcal{P}_2 como el correspondiente a los errores de fase, se relacionan directamente entre sí. Lo mismo ocurre con las curvaturas de campo.

Por otra parte, la aberración esférica en la focalización sobre el plano transformado, sólo representa un término sin interés para los errores de fase.

Se ha demostrado así, la íntima relación que existe entre algunos tipos de aberraciones, para los problemas de nitidez y de fase en el plano de Fourier. En el siguiente capítulo, se discutirá el empleo de estas relaciones para las compensaciones de las aberraciones.

CAPITULO VI

DISCUSION Y CONCLUSIONES

DISCUSION

Los estudios para la construcción de procesadores ópticos se basan en general, en el análisis de los requisitos que debe cumplir una lente para que reproduzca exactamente la transformada de Fourier de la señal a filtrar. Esto lleva a requerir un alto grado de corrección sobre las diversas aberraciones.

Dentro de las publicaciones al respecto, se observan dos líneas de trabajo. Por un lado, algunos autores proponen diseños que constan de numerosos elementos. Por ejemplo, Blandford⁽³⁸⁾ emplea seis lentes en una disposición simétrica tres a tres. Para objeto y pupila de salida de 60 mm de diámetro y $\lambda = 0.6328 \mu$, la frecuencia de corte de su diseño es de 47 líneas/mm. No obstante, no se encuentra en la bibliografía información cuantitativa detallada sobre el grado de corrección de cada una de las aberraciones, tamaño del campo, etc. Con el uso de varios elementos estos autores consiguen que, en lugar de tener el procesador una longitud típica de $4F$ (F : distancia focal de la lente empleada), se reduzca a $1.4F$, con el consiguiente ahorro de espacio, banco óptico, y demás elementos auxiliares.

La otra línea de trabajo consiste en emplear sistemas ópticos simples. Para el caso de sistemas simétricos por ejemplo, basta con tres componentes. Dentro de los argumentos a favor de estos diseños se puede mencionar que, en los sistemas complicados suele quedar una separación relativamente pequeña entre los planos focales principales. Esto dificulta el trabajo en caso de querer usarse haces de referencia que incidan con ángulos pequeños durante la preparación del filtro holográfico. Otro inconveniente lo constituye el hecho de

que, puede haber efectos de interferencia con la luz dispersada en las picaduras y partículas de polvo presentes en las superficies de las lentes, formando lo que se denomina: ruido coherente. Esto en general es molesto, y mucho más si se realizan técnicas interferenciales para el estudio de microdesplazamientos o deformaciones locales. Puesto que este efecto es más notorio a medida que intervienen más superficies, constituye otro argumento que esgrimen los autores que prefieren diseños simples.

De cualquier forma, lo subrayable en todo lo anterior es que se trabaja corrigiendo sobre la lente transformadora misma. Al considerar en el estudio desarrollado aquí que la lente antitransformadora introduce deformaciones en los frentes de ondas, se cuenta ahora con la posibilidad de emplear compensaciones entre los distintos elementos del procesador. Esto proporciona una no despreciable libertad para la elección del tipo de vidrio a utilizar, índices de refracción, etc.

En base a los análisis llevados a cabo en los capítulos anteriores, se puede proceder concretamente de la siguiente manera:

para la aberración esférica: el error de focalización de la lente transformadora sobre el plano del filtro, se puede cancelar por medio del sistema colimador. Esto es posible para cualquier tipo de filtro, y vale tanto para el filtrado inverso como para el reconocimiento de caracteres. Los errores de fase sobre el plano de Fourier, se compensan entre la lente transformadora y la reconstructora.

para la coma: los errores de fase sobre el plano del filtro (\mathcal{P}_1) para la lente transformadora (\mathcal{L}_1) se deben compensar con los correspondientes de la lente reconstructora de imágenes (\mathcal{L}_2). La primer cuestión a tener presente la constituye los efectos de la coma que aporta \mathcal{L}_1 en la focalización sobre \mathcal{P}_1 . La misma está relacionada con la distorsión en la fase sobre el mismo plano (según se demostró en el capítulo V). Luego, debe en particular estudiarse en el diseño el modo de atenuarla.

para la distorsión: se demostró (inciso IV.3.1 (e)) que posicionar incorrectamente el filtro espacial equivale para la imagen, a un problema de desenfoque. Luego, preparando adecuadamente el filtro con las mismas lentes que intervienen en el procesador, es posible cancelar totalmente la distorsión en la focalización sobre el plano de Fourier.

El segundo punto importante lo constituye el caso de la distorsión sobre \mathcal{P}_1 en los errores de fase. Se puede intentar atenuar sus efectos entre la lente transformadora conjuntamente con la reconstructora.

para el astigmatismo: con una adecuada elección de coeficientes en las aberraciones, se demostró (inciso III.3.4) que se puede cancelar su efecto sobre los errores de fase en el plano transformado. Es esto posible para la deconvolución como para la correlación.

El tercer problema a tener presente es el astigmatismo para la focalización. Debe procurarse atenuar en el diseño los efectos del mismo tanto para la focalización como para el error de fase, para cada lente por separado (es decir, para \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 por separado). Esto surge del hecho de que, el astigmatismo en los errores de enfoque y en los errores de fase están relacionados entre sí (capítulo V).

CONCLUSIONES

Se analizó la influencia de las aberraciones en los procesadores ópticos coherentes.

Para el estudio de los errores de fase sobre el plano transformado, se consideró que todas las lentes contribuyen al mismo, y que el filtro holográfico no es ideal. Se demostró que es posible disminuir el efecto de dichos errores, empleando la posibilidad de adecuadas compensaciones por parte de la lente reestructora.

Se estudiaron las contribuciones de cada tipo de aberración por separado. Se encontró que la mejor compensación la proporciona una relación entre las fases dada por: $\phi_1 = \phi_2 = -\phi_3$ (1: lente de Fourier, 2: haz de referencia, 3: lente reestructora). En las condiciones estudiadas, se observó que son más importantes los efectos de los errores de fase sobre el plano del filtro para la deconvolución, que para la identificación de caracteres.

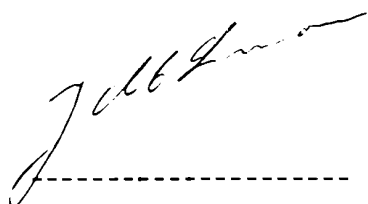
Para ejemplificar el análisis, se adoptó valores típicos para un procesador. De acuerdo a las exigencias del criterio de Rayleigh adoptado, se halló permisible una tolerancia para la lente transformadora (en la deconvolución) de: 4λ para la aberración esférica, 8λ para el desenfoque y 16λ en la coma y la curvatura de campo.

Se mostró que si se desea utilizar en el reconocimiento de caracteres objetos relativamente grandes, o se aumentan los diámetros de las lentes o se achican sus distancias focales, las tolerancias para todas las aberraciones disminuyen.

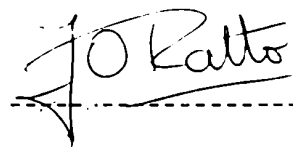
Para el análisis de los errores de focalización sobre el plano de Fourier en el filtrado inverso, también se empleó la posibilidad de compensaciones entre los componentes del sistema. Se interpretó físicamente a la degradación sobre la imagen final, como el resultado de la interacción entre las aberraciones de las lentes y el filtro no ideal. Se mostró que el efecto de las aberraciones era desplazar transversalmente en el plano transformado, a las frecuencias espaciales del objeto.

Con la idea de describir el procesado por deconvolución en forma global (desde la impresión del negativo a procesar hasta la imagen final), se halló una función transferencia adecuada (F.T.T.). Se la calculó para dos casos típicos de funciones de ensanchamiento incoherente (\mathcal{U}_i) de características bien opuestas entre sí. Evaluando las mismas para cada tipo de aberración, se observó que decaían en sus valores más apreciablemente (para un factor de mérito del filtrado fijo) para imágenes más severamente borrosas u objetos más grandes.

Se presentaron gráficos de las F.T.T. para distintos casos, eligiendo para confeccionar los mismos situaciones relativamente desfavorables. Observando el comportamiento de dichas funciones (sobre todo para las frecuencias altas) es posible obtener criterios de tolerancia para las aberraciones, según el caso de interés (es decir, dada una \mathcal{U}_i). En los dos casos típicos analizados, se vió que era posible admitir algunas pocas longitudes de onda como diferencia de camino óptico originado por las aberraciones, sin que por ello decaigan demasiado las F.T.T.



Prof. Dr. Juan M. Simon
Director de la Tesis



Lic. Jorge Oscar Ratto
Tesisista

BIBLIOGRAFIA

- (1) Ernst Abbe, *Archiv. Mikroskopische Anat.*, 9, 413, 1873.
- (2) P.M. Duffieux, *L'Intégrale de Fourier et ses Applications à L'Optique*, Faculté des Sciences, Besancon, 1946.
- (3) O.H.Schade, *Electro-optical characteristics of Television Systems*, *RCA Rev.*, IX, 5 (part I), 245 (part II), 1948.
- (4) A.Maréchal and P.Croce, *C.R. Acad. Sci., Paris*, 237, 607, 1953.
- (5) A.Maréchal, P.Croce and K.Dietzel, *Opt. Act.*, 5, 256, 1958.
- (6) P.Elias, D.S.Grey and D.Z.Robinson, *J.Opt.Soc.Am.*, 42, 127, 1952.
- (7) E.L.O'Neill, *IRE Trans. Inform. Theory*, IT-2, 56, 1956.
- (8) H.H.Hopkins, *Proc. Roy. Soc., A*, 217, 408, 1953.
- (9) L.J.Cutrona et al., *Proc. IEEE*, 54, 1026, 1966.
- (10) P.L.Jackson, *Appl. Opt.*, 4, 419, 1965.
- (11) L.S.G. Kovasnay and A.Arman, *Rev.Sci.Instr.*, 28, 793, 1957.
- (12) A.Kozma and D.L.Kelly, *Appl.Opt.*, 4, 387, 1965.
- (13) L.J.Cutrona, E.N.Leith, C.J.Palermo and L.J.Porcello, *IRE Trans.Inf. Theory*, 6, 386, 1960.
- (14) G.B.Brandt, *Appl.Opt.*, 368, 1973.
- (15) W.T.Cathey, *J.Opt.Soc.Am.*, 61, 478, 1971.
- (16) J.E.Rau, *J.Opt.Soc.Am.*, 56, 541, 1966.
- (17) J.E.Rau, *J.Opt.Soc.Am.*, 56, 1490, 1966.
- (18) C.S.Weaver and J.W.Goodman, *Appl.Opt.* 5,1248, 1966.
- (19) L.S.G.Kovánsznay and A.Arman, *The Rev.Sci.Instr.*, 28, 793, 1957.
- (20) J.Harris, *J.Opt.Soc.Am.*, n°5, pág., 569, vol. 56, 1966.
- (21) J.Horner, *Appl.Opt.*, 13, 2244, 1974.
- (22) B.Braunecker, *Opt.Comm.*, vol. 11, n°2, 141, 1974.

- (23) B.Frieden, J.Opt.Soc.Am., vol.64, n°5, 628, 1974.
- (24) H.Fujiwara, Opt. Acta, vol.21, n°11, 861, 1974.
- (25) D.G.Falconer, Appl.Opt. 5, 1365, 1966.
- (26) P.F.Mueller, Appl.Opt. 8, 267, 1969.
- (27) S.K.Yao and S.H.Lee, J.Opt.Soc.Am., 61, 474, 1971.
- (28) W.T.Cathey, Optical Information process. and Holog., John Wiley and Sons, New York, 1974.
- (29) J.Simon, J.O.Ratto, S.Comastri, Appl.Opt., Vol.18, 2912, Sept.1979.
- (30) M.J.Beran and G.B.Parrent,Jr., Theory of Partial Coherence, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, 1964.
- (31) C.J.Reinheimer and C.E.Wiswall, Appl.Opt., 8, 947, 1969.
- (32) M.Born and E.Wolf, Principles of Optics, Pergamon Press, New York, 1975.
- (33) A.Papoulis, The Fourier Integral and its Applications, Mc Graw-Hill, New York, 1968.
- (34) Joseph W.Goodman, Introduction to Fourier Optics, Mc Graw-Hill, New York, 1968.
- (35) J.Tsujiuchi, Progress in Optics, vol.II, North Holland Cía., 1963.
- (36) K. Von Bieren, App.Opt., 10, 2739, 1971.
- (37) C.G.Wynne, Opt. Communic., 12, 266, 1974, y 12, 270, 1974.
- (38) B.A.F.Blandford, Optical Instruments and Techniques, Oriel Press Limited, Newcastle upon Tyne, 1969.
- (39) J.O.Ratto and J.M.Simon, Opt. Acta, trabajo en prensa.
- (40) A.Vander Lugt, IEEE Trans. Inform. Theory, IT-10, 2, 1964.
- (41) J.O.Ratto and J.M.Simon, trabajo remitido a Opt. Acta.

AGRADECIMIENTO

Se agradece la valiosa colaboración de la Srta. Marta Pedernera en la confección de los gráficos presentados en esta Tesis.